

Cross Product Pada Vektor Tegak Lurus Dengan Vektor Asal

¹Anggi Virlanda, ²Rizka Fadila, ³Rindiani, ⁴Rendi Fitrah Handoko,
⁵Septyara Sinaga, ⁶Hesti Al Duma

^{1,2,3,4,5,6}Universitas Labuhanbatu

Email : ¹anggivirlanda93@gmail.com, ²rizkaf875@gmail.com,
³rindiani2974@gmail.com, ⁴zekks00@gmail.com, ⁵septyarasinagaa@gmail.com,
⁶hestialdumaa@gmail.com

Corresponding Author : anggivirlanda93@gmail.com

Abstract

The cross product is an operation with geometric characteristics. This study aims to analyze the orthogonality of the cross product of two vectors and its relationship to the original plane. Based on the basic principles of vectors, the cross product of two vectors a and b produces a new vector perpendicular to the plane formed by the two original vectors. This resulting vector is determined by the equation $|a \times b| = |a| |b| \sin \theta$. The method used is a literature study. The results of the discussion indicate that the perpendicularity property is crucial to the direction and magnitude of the cross product.

Keywords : Vector, Cross Product.

Pendahuluan

Dalam matematika vector didefinisikan sebagai ruas garis berarah yang memiliki besaran nilai dan arah tertentu. Vektor digambarkan secara geometris yaitu memiliki ruas garis yang memiliki arah. Vektor adalah himpunan yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan, memecahkan masalah dan menganalisis geometri. Vektor memiliki konsep yaitu ruas garis berarah yang panjangnya adalah jarak dari titik pangkal ke titik ujung dan arahnya adalah arah dari pangkal ke ujung atau perpanjangannya, ruas garis berarah menyatakan besar vector, sedangkan arah vector dinyatakan dengan kemiringan garis dan anak panahnya (Darmawan Harefa, 2024).

Vektor merupakan elemen dalam matematika yang digunakan untuk merepresentasikan besaran yang memiliki nilai dan arah. Vektor dapat dianalisis melalui berbagai operasi, salah satunya adalah *cross product* atau perkalian silang (Damari, 2022).

Vektor *cross product* memiliki karakteristik geometris yang unik yaitu hasil perkalian dengan terbentuknya vector yang memiliki arah tegak lurus (ortogonal) terhadap bidang yang dibentuk oleh dua vector asal. Dikatakan ortogonal jika dua vector yang saling dikalikan dinyatakan ke dalam vector satuan maka hasil perkalian akan memiliki vector satu putaran atau searah jarum jam (Nuriyah et al. 2017).

Secara matematis, besarnya vector hasil ini ditentukan oleh persamaan $|a \times b| = |a| |b| \sin \theta$, dimana θ adalah sudut di antara kedua vector tersebut. prinsip tegak lurus

bukan sekedar hasil perhitungan numerik, melainkan konsep dasar yang mendasari berbagai fisik dan aplikasi teknis.

Selain itu dalam penerapannya, konsep ortogonalitas hasil *cross product* menjadi instrumen penting di pelajaran matematika. Vektor dikatakan ortogonal jika sudut yang terbentuk antara kedua vektor tersebut adalah 90° atau jika hasil kali titik antara kedua vektor tersebut sama dengan nol (Fulhamdi, Sylviani, dan Triska, 2023).

Konsep ini digunakan untuk menghitung vektor normal yang krusial dan analisis struktur bangunan. Meskipun konsep ini sudah lama diterapkan dan diperkenalkan terutama pada bidang matematika, pemahaman mendalam terkait hubungan geometris antara vektor hasil dan vektor asal sering kali menjadi tantangan dalam proses pembelajaran.

Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk memberitahu dan mengeksplorasi lebih lanjut mengenai penggunaan dan penerapan *cross product* pada konsep matematika dengan membahas poin-poin penting diantaranya, 1. Definisi *cross product* pada vektor, 2. Sifat geometris, 3. Rumus *cross product* dan cara pengaplikasiannya.

Landasan Teori

Konsep Vektor dalam Matematika

Vektor merupakan salah satu konsep penting dalam matematika yang memiliki dua karakteristik utama, yaitu besar (magnitudo) dan arah. Dalam konteks pendidikan matematika, vektor tidak hanya dipahami sebagai objek abstrak, tetapi juga sebagai sarana untuk mengaitkan representasi geometris dan aljabar. Pemahaman konsep vektor menjadi dasar bagi siswa untuk mempelajari materi lanjutan seperti geometri analitik, trigonometri, dan aljabar linear.

Representasi Vektor dalam Pembelajaran

Dalam pembelajaran matematika, vektor dapat direpresentasikan melalui berbagai bentuk, antara lain representasi grafis, simbolik, dan numerik. Representasi grafis berupa gambar vektor pada bidang kartesius membantu siswa memahami arah dan besar vektor secara visual. Sementara itu, representasi simbolik dan numerik, seperti pasangan bilangan (x,y) , membantu siswa mengembangkan kemampuan berpikir abstrak. Penggunaan berbagai representasi ini penting untuk meningkatkan pemahaman konseptual siswa terhadap vektor.

Operasi Vektor dan Pemahaman Konsep

Operasi pada vektor, seperti penjumlahan, pengurangan, dan perkalian dengan skalar, merupakan bagian fundamental dalam materi vektor. Dalam pendidikan matematika, pemahaman operasi vektor tidak hanya menekankan pada prosedur perhitungan, tetapi juga pada makna konsep yang mendasarinya. Kesalahan siswa sering terjadi ketika mereka hanya menghafal rumus tanpa memahami konsep geometris dari operasi vektor tersebut. Oleh karena itu, pembelajaran yang menekankan pemahaman konsep menjadi sangat penting.

Kesulitan Belajar Siswa pada Materi Vektor

Beberapa penelitian menunjukkan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam memahami konsep vektor, terutama dalam membedakan vektor dengan skalar, menentukan arah vektor, serta menghubungkan representasi geometris dengan bentuk aljabarnya. Kesulitan ini dapat berdampak pada rendahnya hasil belajar dan motivasi siswa dalam mempelajari matematika. Oleh sebab itu, guru perlu menerapkan strategi pembelajaran yang tepat untuk membantu siswa mengatasi kesulitan tersebut.

Pembelajaran Vektor dalam Pendidikan Matematika

Pembelajaran vektor sebaiknya dirancang dengan pendekatan yang mendorong keterlibatan aktif siswa, seperti pembelajaran berbasis masalah, penggunaan media visual, dan pemanfaatan teknologi. Pendekatan tersebut dapat membantu siswa membangun pemahaman konsep secara bermakna. Selain itu, pembelajaran vektor juga berperan dalam mengembangkan kemampuan berpikir kritis, pemecahan masalah, dan koneksi antar konsep matematika.

Peran Vektor dalam Pengembangan Kompetensi Matematis

Materi vektor memiliki kontribusi penting dalam pengembangan kompetensi matematis siswa, seperti kemampuan representasi, penalaran, dan komunikasi matematis. Melalui pembelajaran vektor, siswa dilatih untuk menginterpretasikan masalah kontekstual ke dalam model matematika serta menyajikan solusi secara logis dan sistematis.

Metode Penelitian

Kajian dari penelitian ini adalah literatur dengan mengumpulkan referensi seperti artikel jurnal, buku dan lainnya untuk dianalisis sebagaimana kajian dari penelitian ini.

Hasil dan Pembahasan

***Cross Product* (perkalian silang) pada vektor**

Cross product yaitu selalu melibatkan sinus karena sudut yang dihitung merupakan sudut yang tegak lurus terhadap bidang yang dibentuk dua vektor (Sihite et al. 2025). Perkalian silang antara dua vektor a dan b *cross product* didefinisikan sebagai sebuah vektor yang memiliki karakteristik yaitu vektor hasil $(a \times b)$ selalu tegak lurus terhadap bidang yang dibentuk oleh a dan b yang arahnya ditentukan oleh kaidah tangan kanan.

Kaidah tangan kanan yaitu jari-jari tangan kanan menggenggam dari arah vektor a ke vektor b , maka ibu jari akan menunjukkan arah vektor hasil $a \times b$. Hal ini dapat dijelaskan bahwa operasi ini bersifat anti-komutatif dengan rumus:

$$a \times b = -(b \times a)$$

Panjang vektor didefinisikan menjadi $|a \times b| = |a| |b| \sin \theta$. Di mana θ adalah sudut di antara kedua vektor. Perkalian silang selalu menghasilkan vektor. Secara sederhana, perkalian silang (*cross product*) adalah operasi antara dua vektor yang menghasilkan vektor baru yang arahnya tegak lurus terhadap kedua vektor asalnya (Jati dan Priyambodo 2024).

Berdasarkan teori geometris perkalian silang *cross product* adalah vektor yang menunjuk lurus ke atas atau ke bawah (vertikal), tegak lurus dengan permukaan bidang

tersebut. Besarnya hasil perkalian silang dipengaruhi oleh seberapa besar sudut di antara kedua vektor tersebut.

Adapun karakteristik sebagai penentuan hasil pada vektor yaitu:

1. Jika dua vektor saling tegak lurus ($\sin 90^\circ = 1$), maka hasil perkalian silangnya mencapai nilai maksimum.
2. Jika dua vektor searah atau sejajar ($\sin 0^\circ = 0$) maka hasil perkalian silangnya adalah nol (Wafi, Rini, dan Publisher 2016).

Sifat *Cross Product* (Perkalian Silang) Pada Vektor

Berdasarkan prinsip matematika ada beberapa sifat pada vector secara perkalian silang diantaranya yaitu:

1. Sifat ortogonalitas (tegak lurus)

Sifat yang paling mendasar adalah hasil perkalian silang antara dua vector (a dan b) akan menghasilkan vector baru yang tegak lurus terhadap bidang yang dibentuk oleh kedua vector asal tersebut (Afriyanti, 2018.).

2. Sifat anti-komutatif

Perkalian silang sangat berpengaruh pada vector hasilnya yaitu:
pada keterangan dibawah ini jika

$$a \times b = - (b \times a)$$

Artinya jika urutannya dibalik, arah vector hasil akan berlawanan 180°

3. Hubungan dengan sudut sinus

Besar hasil perkalian silang sangat bergantung pada sinus sudut antara kedua vector. Maka rumus yang digunakan adalah:

$$|a \times b| = |a| |b| \sin \theta$$

Keterangan:

- a. Maksimum : terjadi saat $\theta = 90^\circ$ artinya vector saling tegak lurus
- b. Nol : terjadi saat $\theta = 0^\circ$ atau 180° artinya vector sejajar atau kolinear (Wiryanto dan Mungkasi 2025).

4. Sifat distributif

Perkalian silang bersifat distributif terhadap penjumlahan vector, dengan menyatakan bahwa perkalian silang satu vector terhadap jumlah dua vector lainnya setara dengan jumlah dari perkalian silang masing-masing vector secara individual. Misalnya $a \times b$ tidak sama dengan $b \times a$, hal ini harus memperhatikan letak posisi urutan pada vector perkalian silang (Erawaty 2023).

5. Perkalian silang vector satuan standar

Dalam sistem koordinat (i, j, k) , berlaku pada pola siklus:

- a. $i \times j = k$
- b. $j \times k = i$
- c. $k \times i = j$

jika urutannya dibalik seperti $j \times i$ maka hasilnya negative $(-k)$.

Rumus *Cross Product* Dan Cara Pengaplikasiannya

1. Rumus berdasarkan besaran dan sudut

Rumus ini digunakan untuk mengetahui Panjang kedua vector dan sudut di antara keduanya. Dapat dilihat pada rumus di bawah ini:

$$|a \times b| = |a| |b| \sin \theta$$

Keterangan:

- a. $|a \times b|$ adalah besaran dari vector hasil
 - b. $|a|$ dan $|b|$ adalah Panjang masing-masing vector asal
 - c. θ adalah sudut antara vector a dan b
2. Rumus berdasarkan komponen vector
- Jika vector diketahui dalam koordinat kartesius $a = (a_1, a_2, a_3)$ dan $b = (b_1, b_2, b_3)$, maka rumusnya menggunakan determinan matriks 3×3 . Hal ini dapat dilihat pada rumus dibawah ini yaitu (Menganalisis vektor, 2025):

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

$$a \times b = (a_2b_3 - a_3b_2) i - (a_1b_3 - a_3b_1) j + (a_1b_2 - a_2b_1) k$$

Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan hasil dari croos product ata perkalian silang pada vector maka dapat disimpulkan bahwa perkalian silang merupakan operasi yang menghasilkan vector baru. Vector baru dihasilkan dari operasi yang memiliki karakteristik arah tegak lurus dengan bidang kedua vector asal.

Daftar Pustaka

- Afriyanti, D. *Matematika Kelompok Teknologi, Kesehatan, Dan Pertanian*. PT Grafindo Media Pratama.
- Damari, A. *Kupas Matematika SMA Untuk Kelas 1, 2, & 3*. WahyuMedia.
- Darmawan Harefa, 2024. *Cara Mudah Memahami Matematika SMA*. CV Jejak (Jejak Publisher).
- Erawaty, Nur. 2023. *Sifat Dasar Ruang Vektor*. Unhas Press.
- Fulhamdi, Hanafi, Sisilia Sylviani, and Anita Triska. 2023. "Karakterisasi Keortogonalan Pythagoras Di Ruang Hasil Kali Dalam." 2(1): 1–7.
- Jati, B M E, and T K Priyambodo. 2024. *Matematika Untuk Ilmu Fisika Dan Teknik*. Penerbit Andi.
- Nuriyah, L, A M Juwono, U B Press, U B Media, and D H Santjojo. 2017. *Elektromagnetisme*. Universitas Brawijaya Press.
- Sihite, Pujiono, Nurul Azmira Pane, Venesya Pitta, Rezeki Siburian, and Joyce Lidia. 2025. "Studi Analisis Kesalahan Konsep Dalam Buku Kalkulus Multivariabel Dan Implikasinya Terhadap Pendidikan Matematika." 10: 290–300.
- Wafi, M S, W Rini, and H Publisher. 2016. *Pedoman Cerdas Matematika Kelas X, XI & XII SMA/MA*. Huta Publisher.
- Wiryanto, L Hari, and Sudi Mungkasi. 2025. *Kalkulus Vektor: Konsep, Teknik, Dan Penerapannya*. Sanata Dharma University Press.