

PENENTUAN RUTE OPTIMAL PENDISTRIBUSIAN BARANG PADA PT. RAJAWALI NUSINDO CABANG PEMATANGSIANTAR DENGAN MENGUNAKAN ALGORITMA BRANCH AND BOUND

DETERMINATION OF THE OPTIMAL ROUTES OF GOODS DISTRIBUTION IN PT. RAJAWALI NUSINDO PEMATANGSIANTAR BRANCH USING BRANCH AND BOUND ALGORITHM

RIFKA SAPRIANI GIRSANG¹, DEBORA EXAUDI SIRAIT², RANI FARIDA SINAGA³

¹²³Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas HKBP

Nommensen Pematangsiantar, Indonesia

Email : rifkagirsang13@gmail.com¹, debora.sirait@uhnp.ac.id², rani.sinaga@uhnp.ac.id³

Abstrak

PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar adalah salah satu perusahaan BUMN yang bergerak di bidang distribusi dan perdagangan obat-obatan, alat kesehatan dan penjualan umum. Pada saat mendistribusikan obat-obatan ke pelanggan rumah sakit dan pelanggan apotek yang terletak di kota Pematangsiantar perusahaan kurang memperhatikan rute dan total jarak yang dilalui. *Travelling Salesmen Problem* diilustrasikan dengan seorang *salesmen* yang mengantar barang ke berbagai tempat hanya sekali lalu kembali ke titik awal. Dalam menyelesaikan permasalahan *Travelling Salesmen Problems* salah satu algoritma pada matematika terapan yang dapat digunakan adalah algoritma *branch and bound*. Algoritma *branch and bound* berkerja dengan merepresentasikan matriks jarak kedalam bentuk graf lalu mereduksi baris dan kolom matriks jarak dan membentuk pohon ruang status. Total jarak tempuh yang biasa digunakan perusahaan untuk pelanggan rumah sakit adalah 18,9 Km, waktu tempuh 28,5 menit dengan biaya bahan bakar Rp. 19.000 dan pelanggan apotek 19,97 Km, waktu tempuh 30 menit dengan biaya bahan bakar Rp. 20.000 sedangkan menggunakan algoritma *branch and bound* diperoleh total jarak tempuh pelanggan rumah sakit sebesar 16,1 Km, waktu tempuh 24 menit dengan biaya bahan bakar Rp. 16.000 dan pelanggan apotek sebesar 14,07 Km, waktu tempuh 21 menit dengan biaya bahan bakar Rp.14.000. Maka diperoleh selisih total jarak, waktu tempuh dan biaya bahan bakar berturut turut sebesar untuk pelanggan rumah sakit sebesar 2,8 Km, 5 menit, Rp.3.0000 dan pelanggan apotek sebesar 5,9 Km, 9 menit, dan Rp. 6.000.

Kata Kunci : *Travelling Salesmen Problem, Graf, Rute Terpendek, Algoritma Branch and Bound, Matematika*

Abstract

PT. Rajawali Nusindo Pematangsiantar Branch is a state-owned company engaged in the distribution and trading of medicines, medical devices and general sales. When distributing medicines to hospital customers and pharmacy customers located in Pematangsiantar city, the company pays little attention to the route and total distance traveled. The Traveling Salesmen Problem is illustrated with a salesman who delivers goods to various places only once and then returns to the starting point. In solving the *Travelling Salesmen Problem*, one of the algorithms in applied mathematics that can be used is the *branch and bound* algorithm. The *branch and bound* algorithm works by representing the distance matrix in the form of a graph and then reducing the rows and columns of the distance matrix and forming a status space tree. The total distance used by the company for hospital customers is 18.9 Km, travel time is 28.5 minutes and the fuel cost is Rp. 19,000 and 19,97 Km pharmacy customers, travel time is 30 minutes with a fuel cost of Rp. 20,000 while using the *branch and bound* algorithm, the total distance traveled by hospital customers is 16.1 Km, travel time is 24 minutes and fuel costs are Rp. 16,000 and pharmacy customers of 14.07 Km, travel time is 21 minutes and the fuel cost is Rp. 14,000. Then the difference in total distance, travel time and fuel costs is obtained respectively for home customers.

Key Words : *Travelling Salesmen Problem, Graph, Shortest route, Branch and Bound Algorithm, Mathematics*

Pendahuluan

Salah satu aktivitas perusahaan adalah mendistribusikan barang kepada tiap pelanggan. Barang yang didistribusikan oleh PT. Rajawali Nusindo yaitu obat – obatan, alat kesehatan, dan penjualan umum. Barang tersebut didistribusikan ke rumah sakit, apotek, toko kelontong dan lain – lain yang terletak di daerah Pematangsiantar, Simalungun, Nias Barat, Nias Selatan, Nias Utara, Gunung Sitoli, Serdang Bedagai, Mandailing Natal, Padang Lawas, Padang Sidempuan, Tapanuli Selatan, Tapanuli Utara, Tapanuli Tengah, Humbang Hasundutan, Samosir, dan Toba. Pada pendistribusian barang

berupa obat, perusahaan melakukan pendataan terhadap pembelian yang dilakukan oleh pelanggan, lalu mendistribusikannya tanpa mempertimbangkan total jarak tempuh yang mengakibatkan waktu distribusi menjadi kurang optimal dan biaya untuk bahan bakar saat pengantaran barang bertambah. Dan dalam proses sistem transportasi pengiriman produk tersebut, pemilihan rute tercepat merupakan hal yang penting. Karena dapat mengoptimalkan waktu pengiriman, dan juga berdampak kepada biaya bahan bakar saat pengantaran barang berkurang. Travelling Salesman Problem bertujuan untuk menentukan rute perjalanan seorang salesman. Rute ini bermula dari asal (kota), lalu mengunjungi sejumlah kota yang ditentukan hanya sekali, dan kembali ke kota asal sehingga total jarak yang ditempuh oleh salesmen tersebut optimal[1]. Graf digunakan untuk memilih lintasan terpendek. Dan setiap jalurnya memiliki bobotnya masing-masing yang menyatakan jarak antar tempat, waktu pengiriman, ongkos pengiriman dan lain sebagainya. Mencari lintasan terpendek tersebut dimulai dari simpul awal ke simpul tujuan, dan bertujuan untuk mendapatkan lintasan yang memiliki jumlah bobot yang minimum. Ada berbagai jenis grafik seperti graf sederhana, graf tidak sederhana, graf berarah, dan graf tidak berarah. Graf adalah struktur diskrit yang terdiri dari sekumpulan objek yang disebut simpul dan himpunan sisi yang menghubungkan simpul-simpul tersebut. Graf digunakan untuk mewakili objek-objek ini[2].

Travelling Salesman Problem dapat dibagi menjadi dua bagian: *Symmetric Traveling Salesman Problem* dan *Asymmetric Traveling Salesman Problem*. Dalam masalah *Symmetric Traveling Salesman Problem*, jarak dari kota A menuju kota B sama dengan jarak dari kota B menuju kota A. Akan tetapi pada masalah *Asymmetric Traveling Salesman Problem*, jarak dari kota A menuju kota B tidak sama dengan jarak dari kota B menuju kota A[3]. Pada penelitian ini, jenis *TSP* yang digunakan adalah *Asymmetric Traveling Salesman Problem* dimana jarak dari pelanggan A ke pelanggan B tidak sama dengan jarak dari pelanggan B ke pelanggan A. Dalam penelitian terdahulu tentang pencarian distribusi terpendek menggunakan algoritma yang ada, algoritma *Branch and Bound* menghasilkan rute dan waktu yang lebih optimal dibandingkan dengan algoritma yang lain[4-7]. Algoritma *branch and bound* menggunakan pendekatan enumerasi dengan menonaktifkan pencarian yang tidak meyakinkan. Pencarian biaya minimum atau pencarian nilai minimum adalah teknik yang digunakan dalam algoritma *branch and bound* untuk menemukan solusi dengan menghitung nilai (biaya) setiap node. Node dengan nilai terendah memiliki probabilitas tertinggi untuk mencapai solusi[8].

Metode Penelitian

Pada penelitian ini jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian kuantitatif. Metode penelitian kuantitatif adalah jenis penelitian spesifikasinya sistematis, dipikirkan dengan baik dan terstruktur dengan jelas dari pembentukan sampai desain penelitiannya. Data yang digunakan adalah data pelanggan rumah sakit dan pelanggan apotek di PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangisantar, rute yang digunakan oleh perusahaan saat mengantarkan barang ke tiap pelanggan rumah sakit dan apotek, dan kecepatan yang digunakan oleh pengantar barang yaitu 40 Km/Jam. Untuk menghasilkan rute terpendek sehingga diperoleh waktu tempuh dan bahan bakar yang optimal digunakan metode Travelling Salesmen Problem dengan algoritma *branch and bound*. Ada pun tahapan penyelesaiannya yaitu sebagai berikut :

1. Mempersiapkan data yang akan diolah.
2. Membentuk data berupa jarak yang diperoleh dari Google Maps kedalam bentuk matriks.
3. Merepresentasikan matriks kedalam bentuk graf.
4. Menentukan total jarak tempuh dari rute yang digunakan perusahaan saat pengantaran barang ke pelanggan rumah sakit dan pelanggan apotek.
5. Mengolah data matriks dengan algoritma *branch and bound*, dengan melakukan reduksi baris dan kolom sampai diperoleh rute dengan total jarak yang paling minimum.
6. Menentukan rute tercepat, total jarak dari rute tersebut, waktu dan bahan bakar yang digunakan untuk menempuh rute tercepat.
7. Menentukan perbandingan antara rute, total jarak, waktu tempuh dan penggunaan bahan bakar yang digunakan perusahaan dengan rute optimal, waktu tempuh dan penggunaan bahan bakar yang diperoleh dengan menggunakan algoritma *branch and bound*.
8. Data telah selesai diolah dengan algoritma *branch and bound*.

Hasil Penelitian dan Pembahasan Algoritma *Branch and Bound*

Penyelesaian permasalahan *Travelling Salesmen Problem* pasti membutuhkan sebuah algoritma, salah satu algoritma yang dapat digunakan adalah algoritma *branch and bound*. Algoritma *Branch and Bound* merupakan algoritma yang membagi permasalahan menjadi sub masalah lebih kecil yang mengarah ke solusi dengan pencabangan (*branching*) dan melakukan pembatasan (*bounding*) untuk mencapai solusi optimasi[9]. Pada intinya algoritma *Branch and Bound* adalah pendekatan untuk “mencabangkan dan membatasi”. Pencabangan (*branching*) adalah proses membentuk permasalahan kedalam bentuk struktur pohon pencarian (*search tree*) yang berguna untuk membangun semua cabang pohon menuju solusi, sedangkan pada proses pembatasan dilakukan dengan menghitung estimasi nilai (*cost*) simpul dengan memperhatikan batas atas (*upper bound*) dan batas bawah (*lower bound*). Misalkan $c(i)$ merupakan nilai estimasi lintasan minimum dari simpul i kesimpul tujuan, maka $c(i)$ menyatakan batas (*bound*) pencarian solusi dari simpul i . Sehingga terdapat fungsi heuristik untuk menghitung nilai estimasi sebagai berikut:

$$c(i) = f(i) + g(i)$$

dengan :

$c(i)$ = nilai simpul i

$f(i)$ = nilai lintasan dari simpul awal ke simpul i

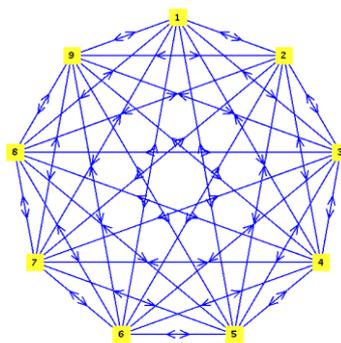
$g(i)$ = nilai untuk mencapai simpul tujuan dari simpul i

Pada permasalahan yang lebih kompleks, digambarkan dengan matriks tereduksi dari matriks jarak antar titik yang dibentuk dari graf G . Matriks tereduksi adalah matriks yang tiap kolom dan tiap barisnya mengandung paling sedikit satu buah angka 0 dan elemen-elemen lainnya bernilai non-negatif[10].

Dari data yang diperoleh, akan dicari rute pengantaran barang yang optimal dari PT. Rajawali Nusindo ke pelanggan rumah sakit dan pelanggan apotek menggunakan algoritma *branch and bound* dengan tahapan sebagai berikut :

Pelanggan Rumah Sakit

Gambar Graf



Gambar 1. Graf Pelanggan Rumah

Keterangan gambar :

1 = PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar

2 = Dinas Kesehatan Kota Pematangsiantar

3 = Rumah Sakit Vita Insani

4 = Rumah Sakit Horas Insani

5 = Rumah Sakit Djasamen Saragih

6 = Rumah Sakit Harapan

7 = Rumah Sakit Tiara

8 = Rumah Sakit Tentara

9 = Rumah Sakit Rasyida

Matriks Jarak Pelanggan Rumah Sakit

Jarak antar pelanggan di representasikan kedalam matriks $M_{9 \times 9}$ dimana elemen M_{ij} adalah jarak dari i ke j , sedangkan i dan j titik pada graf. Matriks ini merupakan matriks asimetris karena jarak dari i ke j tidak sama dengan jarak j ke i .

$$\begin{bmatrix} 0 & 3,4 & 3,7 & 0,8 & 3,5 & 5,6 & 5,2 & 5,5 & 6,4 \\ 3,6 & 0 & 0,55 & 2,8 & 0,1 & 2,8 & 1,8 & 2 & 2,6 \\ 3,1 & 0,65 & 0 & 2,3 & 0,75 & 3,2 & 2,4 & 2,7 & 3,3 \\ 0,8 & 2,6 & 2,9 & 0 & 2,7 & 4,8 & 4,4 & 4,7 & 4,9 \\ 3,6 & 0,8 & 0,55 & 2,8 & 0 & 2,8 & 1,7 & 2 & 2,6 \\ 5,9 & 2,9 & 3,2 & 5 & 3 & 0 & 2,2 & 1,9 & 3,6 \\ 5,1 & 2,4 & 2 & 4,2 & 2,5 & 2,2 & 0 & 0,9 & 1,3 \\ 5,3 & 2,6 & 2,3 & 4,5 & 2,7 & 1,9 & 0,9 & 0 & 1,9 \\ 5,8 & 3 & 2,6 & 4,9 & 3,1 & 3,2 & 1,3 & 1,9 & 0 \end{bmatrix}$$

Gambar 2. Matriks Jarak Pelanggan Rumah Sakit

Hasil Pengolahan Dengan Algoritma Branch and Bound

Dalam penyelesaian menggunakan algoritma *branch and bound* terlebih dahulu melakukan reduksi matriks ketetangaan yang memuat jarak antar tiap pelanggan. Reduksi baris dilakukan dengan cara mengurangi semua elemen pada baris tertentu sehingga terdapat setidaknya satu nilai 0 pada baris tersebut .

Tabel 1 Tabel Matriks Jarak Pelanggan Rumah Sakit

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	3,4	3,7	0,8	3,5	5,6	5,2	5,5	6,4
2	3,6	0	0,55	2,8	0,1	2,8	1,8	2	2,6
3	3,1	0,65	0	2,3	0,75	3,2	2,4	2,7	3,3
4	0,8	2,6	2,9	0	2,7	4,8	4,4	4,7	4,9
5	3,6	0,8	0,55	2,8	0	2,8	1,7	2	2,6
6	5,9	2,9	3,2	5	3	0	2,2	1,9	3,6
7	5,1	2,4	2	4,2	2,5	2,2	0	0,9	1,3
8	5,3	2,6	2,3	4,5	2,7	1,9	0,9	0	1,9
9	5,8	3	2,6	4,9	3,1	3,2	1,3	1,9	0

Reduksi baris dilakukan dengan mengurangi seluruh elemen pada baris tertentu sehingga setiap elemen memiliki setidaknya satu nilai 0 pada baris tersebut .

Tabel 2. Tabel Hasil Reduksi Baris Matriks

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	2,6	2,9	0	2,7	4,8	4,4	4,7	5,6
2	3,5	0	0,45	2,7	0	2,7	1,7	1,9	2,5
3	2,45	0	0	1,65	0,1	2,55	1,75	2,05	2,65
4	0	1,8	2,1	0	1,9	4	3,6	3,9	4,1
5	3,05	0,25	0	2,25	0	2,25	1,15	1,45	2,05
6	4	1	1,3	3,1	1,1	0	0,3	0	1,7
7	4,2	1,5	1,1	3,3	1,6	1,3	0	0	0,4
8	4,4	1,7	1,4	3,6	1,8	1	0	0	1
9	4,5	1,7	1,3	3,6	1,8	1,9	0	0,6	0

Tabel matriks dihasilkan dari pengurangan tiap baris dengan nilai terkecil pada elemen baris tersebut. Baris ke-1 dikurangi dengan 0,8 , baris ke-2 dikurangi dengan 0,1, baris ke-3 dikurangi dengan 0,65, baris ke-4 dikurangi dengan 0,8, baris ke-5 dikurangi dengan 0,55, baris ke-6 dikurangi dengan 1,9, baris ke-7 dikurangi dengan 0,9, baris ke-8 dikurangi dengan 0,9 dan baris ke-9 dikurangi dengan 1,3.Reduksi kolom dilakukan dengan cara mengurangi seluruh elemen pada kolom tertentu sehingga terdapat setidaknya satu nilai 0 pada baris tersebut.

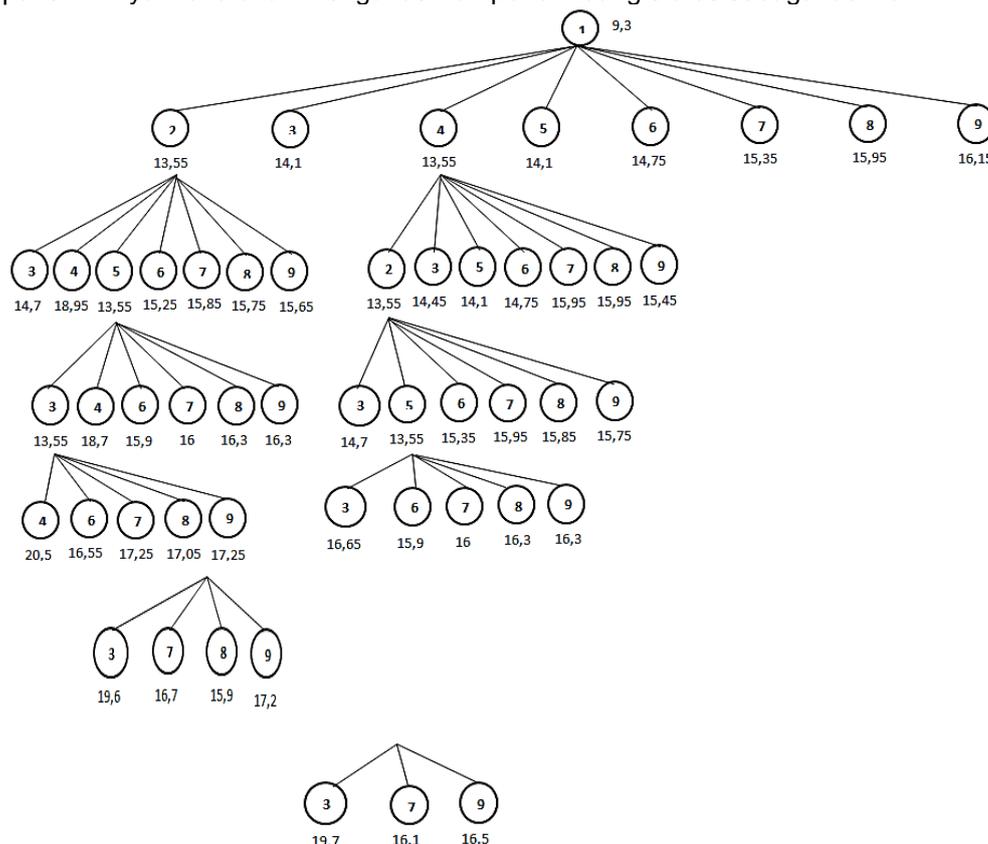
Tabel 3. Tabel Hasil Reduksi Kolom Matriks

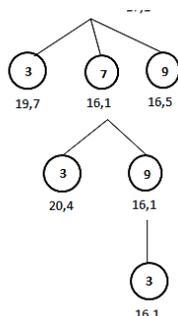
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	2,6	2,9	0	2,7	3,8	4,4	4,7	5,2
2	3,5	0	0,45	2,7	0	1,7	1,7	1,9	2,1
3	2,45	0	0	1,65	0,1	1,55	1,75	2,05	2,25
4	0	1,8	2,1	0	1,9	3	3,6	3,9	3,7
5	3,05	0,25	0	2,25	0	1,25	1,15	1,45	1,65
6	4	1	1,3	3,1	1,1	0	0,3	0	1,3
7	4,2	1,5	1,1	3,3	1,6	0,3	0	0	0
8	4,4	1,7	1,4	3,6	1,8	0	0	0	0,6
9	4,5	1,7	1,3	3,6	1,8	0,9	0	0,6	0

Matriks diatas diperoleh dari pengurangan tiap kolom dengan nilai terkecil pada elemen kolom tersebut. Kolom ke-6 dikurangi dengan 1, dan kolom ke-9 dikurangi dengan 0,4. Selanjutnya proses reduksi akan menghasilkan nilai batas simpul akar atau $\hat{c}(root)$ yang dihasilkan dari penjumlahan elemen pengurangan pada proses reduksi. Maka,

$$\hat{c}(root) = 0,8 + 0,1 + 0,65 + 0,8 + 0,55 + 1,9 + 0,9 + 0,9 + 1,3 + 1 + 0,4 = 9,3$$

Kemudian, dihitung simpul-simpul lain pada pohon ruang status dengan proses reduksi matriks pada tiap ekspansi titiknya maka akan menghasilkan pohon ruang status sebagai berikut:





Gambar 3. Pohon Ruang Status Pelanggan Rumah Sakit

Maka didapatkan rute optimal pada pelanggan rumah sakit adalah PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar-Rumah Sakit Horas Insani-Dinas Kesehatan Kota Pematangsiantar-Rumah Sakit Djasamen Saragih-Rumah Sakit Harapan-Rumah Sakit Tentara-Rumah Sakit Tiara-Rumah Sakit Rasyida-Rumah Sakit Vita Insani lalu kemudian berakhir di PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar dengan total jarak 16,1 Km

Waktu Tempuh

Waktu tempuh adalah waktu yang diperlukan oleh kendaraan untuk mengantarkan barang ke pelanggan. Digunakan kecepatan kendaraan 40km/jam. Rumus untuk menghitung waktu tempuh sebagai berikut:

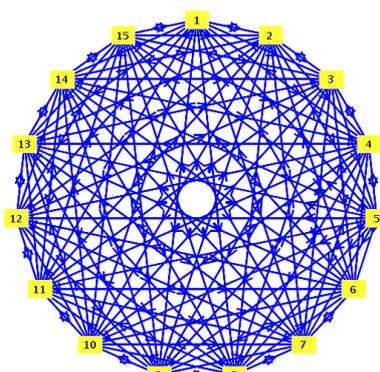
$$\begin{aligned} \text{Waktu Tempuh} &= \frac{d_{ij}}{v} \times 60 \text{ menit} \\ &= \frac{16,1}{40 \text{ km/jam}} \times 60 \text{ menit} = 24,15 \text{ menit} \end{aligned}$$

Bahan Bakar

Bahan bakar yang digunakan oleh kendaraan pengantar barang adalah jenis bahan bakar pertalite dimana 1 liter pertalite bisa menempuh jarak 10 km. Harga 1 liter pertalite adalah Rp.10.000. Maka banyaknya bahan bakar yang digunakan saat pengantaran barang yaitu sebagai berikut : Bahan bakar yang digunakan 1,61 liter maka biaya bahan bakarnya sebesar Rp.16.100.

Pelanggan Apotek

Gambar Graf



Gambar 4. Graf Pelanggan Apotek

Keterangan Gambar:

- | | |
|---|---------------------|
| 1 = PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar | 9 = Apotek Pemuda |
| 2 = Apotek Bersama | 10 = Apotek Care |
| 3 = Apotek Sinta Farma 2 | 11 = Apotek Bersatu |
| 4 = Apotek Rama | 12 = Apotek Plus+ |
| 5 = Apotek THS | 13 = Apotek Megumi |
| 6 = Apotek Salido | 14 = Apotek Makmur |
| 7 = Apotek Sejahtera | 15 = Apotek KF85 |
| 8 = Apotek Matahari | |

Matriks Jarak Pelanggan Apotek

Jarak antar pelanggan di representasikan kedalam matriks $M_{15 \times 15}$ dimana elemen M_{ij} adalah jarak dari i ke j , sedangkan i dan j titik pada graf. Matriks ini merupakan matriks asimetris karena jarak dari i ke j tidak sama dengan jarak j ke i .

∞	3,7	4,3	2,3	4,7	4,3	3,5	4,3	3,1	2,5	4,5	4,5	5,6	5	4,6
4,6	∞	0,65	2,5	1,1	0,65	2	0,6	1,9	2,8	0,8	0,8	2	2,9	0,9
4,8	1,6	∞	2,8	0,4	0,01	2,2	0,85	2,1	2,7	1	1	1,3	2,2	0,9
2,3	1,6	2,3	∞	2,7	2,3	1,5	2,2	1,1	1,2	2,4	2,1	3,6	3,7	2,5
4,8	1,4	0,9	2,8	∞	0,9	2,2	0,85	2,2	2,7	1,1	1,1	1,3	2,2	0,5
4,8	1,6	1,3	2,7	0,4	∞	2,2	0,85	2,1	2,7	1	1	1,3	2,2	0,9
3,9	0,15	0,8	1,8	1,2	0,8	∞	0,75	1	2	0,95	0,95	2,1	3	1
4	0,75	0,6	1,9	1	0,65	1,4	∞	1,3	1,9	0,2	0,21	1,6	2,4	0,85
3,6	0,5	1,2	1,6	1,6	1,2	0,35	1,1	∞	1,7	1,3	1,3	2,5	3,4	1,4
2,5	2,2	2,4	1,2	2,8	2,4	2	2,3	2	∞	2	1,8	3,7	2,5	2,6
4,3	0,5	0,4	2,3	0,8	0,4	1,7	0,35	1,6	2,6	∞	0,55	1,7	2,6	0,65
3,8	1,3	0,75	1,7	1,1	0,75	1,2	0,7	1,1	1,9	0,3	∞	2	2,9	0,95
5,5	2,3	2,2	3,5	2,2	2,2	2,9	1,5	2,8	2,9	1,7	1,8	∞	1,2	2,2
5	2,9	3	3,4	3,1	3	3,7	2,4	3,6	2,6	2,4	2,4	1,2	∞	2,6
5,2	0,9	0,4	3,2	0,55	0,4	2,2	0,7	1,8	3,1	0,9	1,4	1,7	2,6	∞

Gambar 5. Matriks Jarak Pelanggan Apotek

Hasil Pengolahan Dengan Algoritma Branch and Bound

Dalam penyelesaian menggunakan algoritma *Branch and Bound* terlebih dahulu melakukan reduksi matriks ketetangaan yang memuat jarak antar tiap pelanggan. Reduksi baris dilakukan dengan cara mengurangi seluruh elemen pada baris tertentu sehingga terdapat setidaknya satu nilai 0 pada baris tersebut .

Tabel 4. Tabel Matriks Jarak Pelanggan Apotek

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	∞	3,7	4,3	2,3	4,7	4,3	3,5	4,3	3,1	2,5	4,5	4,5	5,6	5	4,6
2	4,6	∞	0,65	2,5	1,1	0,65	2	0,6	1,9	2,8	0,8	0,8	2	2,9	0,9
3	4,8	1,6	∞	2,8	0,4	0,01	2,2	0,85	2,1	2,7	1	1	1,3	2,2	0,9
4	2,3	1,6	2,3	∞	2,7	2,3	1,5	2,2	1,1	1,2	2,4	2,1	3,6	3,7	2,5
5	4,8	1,4	0,9	2,8	∞	0,9	2,2	0,85	2,2	2,7	1,1	1,1	1,3	2,2	0,5
6	4,8	1,6	1,3	2,7	0,4	∞	2,2	0,85	2,1	2,7	1	1	1,3	2,2	0,9
7	3,9	0,15	0,8	1,8	1,2	0,8	∞	0,75	1	2	0,95	0,95	2,1	3	1
8	4	0,75	0,6	1,9	1	0,65	1,4	∞	1,3	1,9	0,2	0,21	1,6	2,4	0,85
9	3,6	0,5	1,2	1,6	1,6	1,2	0,35	1,1	∞	1,7	1,3	1,3	2,5	3,4	1,4
10	2,5	2,2	2,4	1,2	2,8	2,4	2	2,3	2	∞	2	1,8	3,7	2,5	2,6
11	4,3	0,5	0,4	2,3	0,8	0,4	1,7	0,35	1,6	2,6	∞	0,55	1,7	2,6	0,65
12	3,8	1,3	0,75	1,7	1,1	0,75	1,2	0,7	1,1	1,9	0,3	∞	2	2,9	0,95
13	5,5	2,3	2,2	3,5	2,2	2,2	2,9	1,5	2,8	2,9	1,7	1,8	∞	1,2	2,2
14	5	2,9	3	3,4	3,1	3	3,7	2,4	3,6	2,6	2,4	2,4	1,2	∞	2,6
15	5,2	0,9	0,4	3,2	0,55	0,4	2,2	0,7	1,8	3,1	0,9	1,4	1,7	2,6	∞

Tabel matriks diatas diperoleh dari pengurangan tiap baris dengan nilai terkecil pada elemen baris tersebut. Baris ke-1 dikurangi dengan 2,3 , baris ke-2 dikurangi dengan 0,6, baris ke-3 dikurangi dengan 0,01, baris ke-4 dikurangi dengan 1,1, baris ke-5 dikurangi dengan 0,5, baris ke-6 dikurangi dengan 0,4, baris ke-7 dikurangi dengan 0,15, baris ke-8 dikurangi dengan 0,2 dan baris ke-9 dikurangi dengan 0,35, baris ke-10 dikurangi dengan 1,2, baris ke-11 dikurangi dengan 0,35, baris ke-12 dikurangi dengan 0,3, baris ke-13 dikurangi dengan 1,2, baris ke-14 dikurangi dengan 1,2, baris ke-15 dikurangi dengan 0,4. Maka, dihasilkan matriks dibawah ini :

Tabel 5. Tabel Hasil Reduksi Baris Matriks

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	∞	1,4	2	0	2,4	2	1,2	2	0,8	0,2	2,2	2,2	3,3	2,7	2,3
2	4	∞	0,05	1,9	0,5	0,05	1,4	0	1,3	2,2	0,2	0,2	1,4	2,3	0,3
3	4,79	1,59	∞	2,8	0,39	0	2,19	0,8	2,1	2,69	1	0,99	1,29	2,19	0,89
4	1,2	0,5	1,2	∞	1,6	1,2	0,4	1,1	0	0,1	1,3	1	2,5	2,6	1,4
5	4,3	0,9	0,4	2,3	∞	0,4	1,7	0,4	1,7	2,2	0,6	0,6	0,8	1,7	0
6	4,4	1,2	0,9	2,3	0	∞	1,8	0,5	1,7	2,3	0,6	0,6	0,9	1,8	0,5
7	3,75	0	0,65	1,7	1,05	0,65	∞	0,6	0,9	1,85	0,8	0,8	1,95	2,85	0,85
8	3,8	0,55	0,4	1,7	0,8	0,45	1,2	∞	1,1	1,7	0	0,01	1,4	2,2	0,65
9	3,25	0,15	0,85	1,3	1,25	0,85	0	0,8	∞	1,35	1	0,95	2,15	3,05	1,05
10	1,3	1	1,2	0	1,6	1,2	0,8	1,1	0,8	∞	0,8	0,6	2,5	1,3	1,4
11	3,95	0,15	0,05	2	0,45	0,05	1,35	0	1,3	2,25	∞	0,2	1,35	2,25	0,3
12	3,5	1	0,45	1,4	0,8	0,45	0,9	0,4	0,8	1,6	0	∞	1,7	2,6	0,65
13	4,3	1,1	1	2,3	1	1	1,7	0,3	1,6	1,7	0,5	0,6	∞	0	1
14	3,8	1,7	1,8	2,2	1,9	1,8	2,5	1,2	2,4	1,4	1,2	1,2	0	∞	1,4
15	4,8	0,5	0	2,8	0,15	0	1,8	0,3	1,4	2,7	0,5	1	1,3	2,2	∞

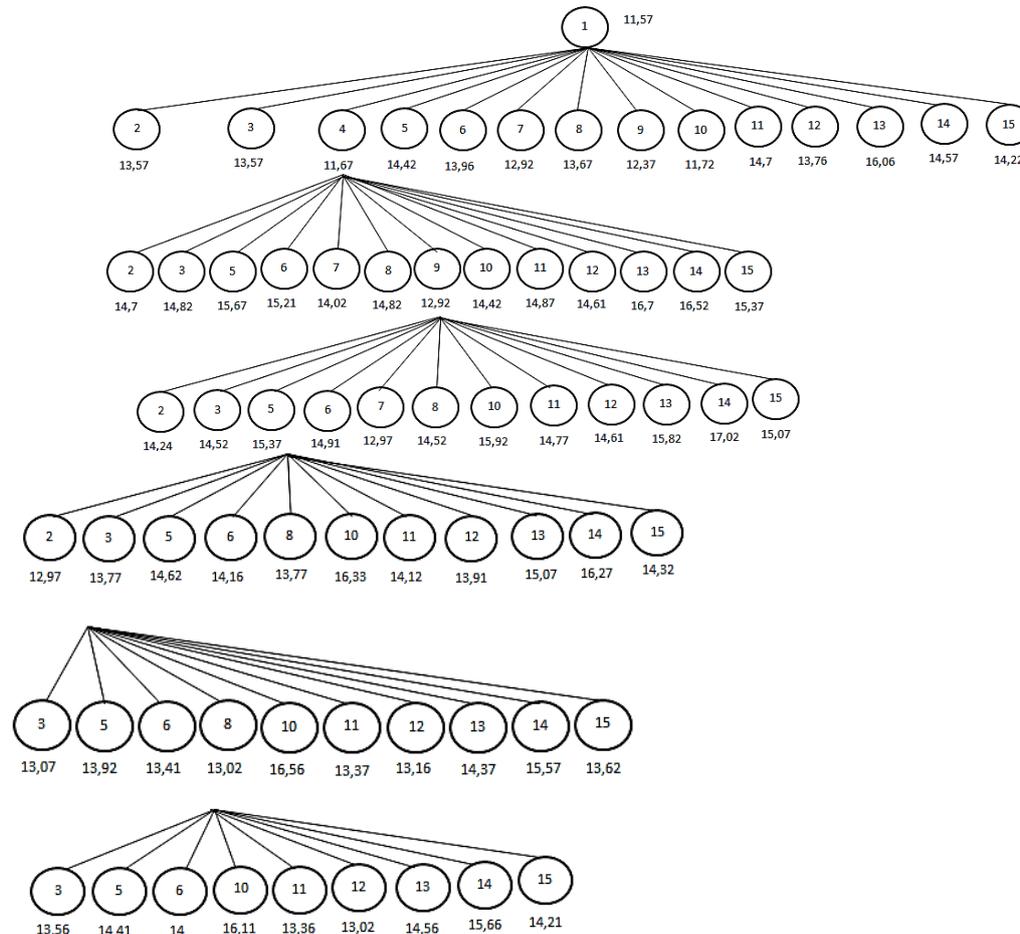
Tiap kolom dikurangkan dengan nilai terkecil pada elemen kolom tersebut. Kolom ke-1 dikurangkan dengan 1,2, kolom ke-10 dikurangi dengan 0,1, kolom ke-12 dikurangi dengan 0,01. Maka, akan dihasilkan matriks dibawah ini :

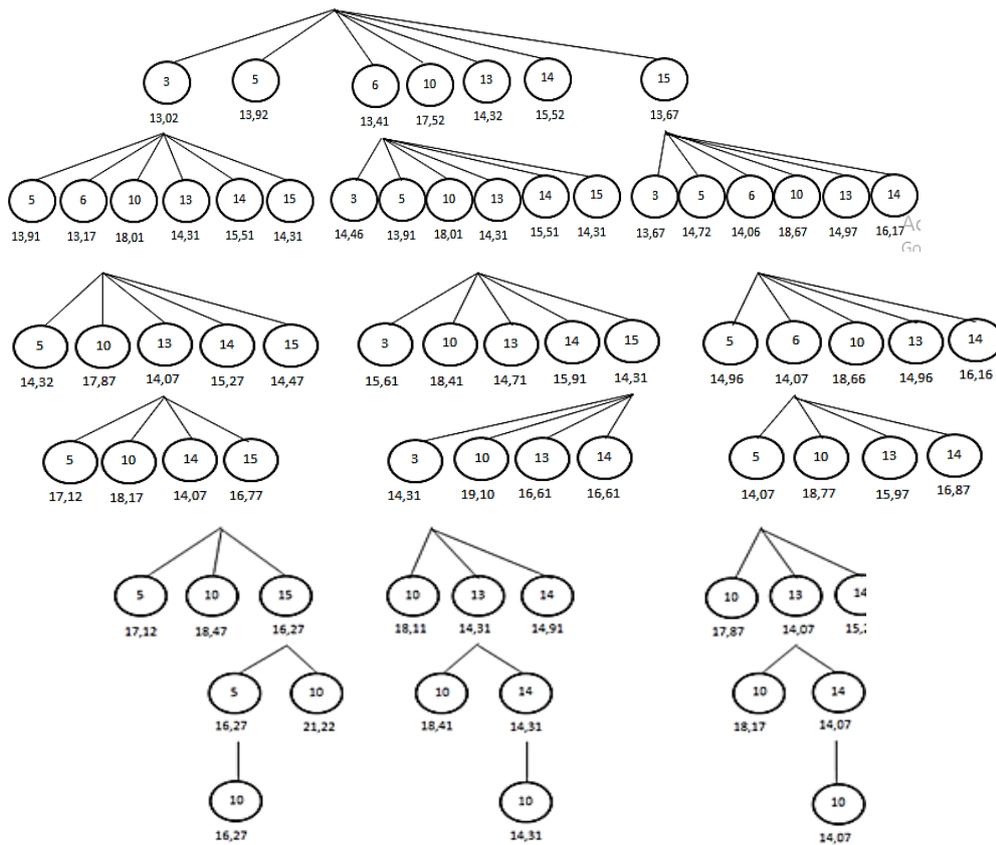
Tabel 6. Tabel Hasil Reduksi Kolom Matriks

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	∞	1,4	2	0	2,4	2	1,2	2	0,8	0,1	2,2	2,19	3,3	2,7	2,3
2	2,8	∞	0,05	1,9	0,5	0,05	1,4	0	1,3	2,1	0,2	0,19	1,4	2,3	0,3
3	3,59	1,59	∞	2,8	0,39	0	2,19	0,8	2,1	2,59	1	0,98	1,29	2,19	0,89
4	0	0,5	1,2	∞	1,6	1,2	0,4	1,1	0	0	1,3	0,99	2,5	2,6	1,4
5	3,1	0,9	0,4	2,3	∞	0,4	1,7	0,4	1,7	2,1	0,6	0,59	0,8	1,7	0
6	3,2	1,2	0,9	2,3	0	∞	1,8	0,5	1,7	2,2	0,6	0,59	0,9	1,8	0,5
7	2,55	0	0,65	1,7	1,05	0,65	∞	0,6	0,9	1,75	0,8	0,79	1,95	2,85	0,85
8	2,6	0,55	0,4	1,7	0,8	0,45	1,2	∞	1,1	1,6	0	0	1,4	2,2	0,65
9	2,05	0,15	0,85	1,3	1,25	0,85	0	0,8	∞	1,25	1	0,94	2,15	3,05	1,05
10	0,1	1	1,2	0	1,6	1,2	0,8	1,1	0,8	∞	0,8	0,59	2,5	1,3	1,4
11	2,75	0,15	0,05	2	0,45	0,05	1,35	0	1,3	2,15	∞	0,19	1,35	2,25	0,3
12	2,3	1	0,45	1,4	0,8	0,45	0,9	0,4	0,8	1,5	0	∞	1,7	2,6	0,65
13	3,1	1,1	1	2,3	1	1	1,7	0,3	1,6	1,6	0,5	0,59	∞	0	1
14	2,6	1,7	1,8	2,2	1,9	1,8	2,5	1,2	2,4	1,3	1,2	1,19	0	∞	1,4
15	3,6	0,5	0	2,8	0,15	0	1,8	0,3	1,4	2,6	0,5	0,99	1,3	2,2	∞

Proses reduksi selanjutnya akan dihasilkan nilai batas simpul akar atau $\hat{c}(root)$ yang diperoleh dari proses penjumlahan dan pengurangan elemen pada proses reduksi. Maka,dihasilkan nilai simpul akar sebagai berikut : $\hat{c}(root) = 10,26 + 1,31 = 11,57$

Kemudian, dihitung simpul-simpul lain pada pohon ruang status dengan melakukan reduksi baris dan reduksi kolom maka akan menghasilkan pohon ruang status sebagai berikut :





Gambar 6. Pohon Ruang Status Pelanggan Apotek

Maka didapatkan rute optimal pada pelanggan apotek adalah PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar-Apotek Rama-Apotek Pemuda-Apotek Sejahtera-Apotek Bersama-Apotek Matahari-Apotek Plus-Apotek Bersatu-Apotek KF85-Apotek Sinta Farma 2-Apotek Salido-Apotek THS-Apotek Megumi-Apotek Makmur-Apotek Care lalu kembali ke PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar dengan total jarak 14,07 Km

Waktu Tempuh

Waktu tempuh adalah waktu yang diperlukan oleh kendaraan untuk mengantarkan barang ke pelanggan. Digunakan kecepatan kendaraan 40km/jam. Rumus untuk menghitung waktu tempuh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Waktu Tempuh} &= \frac{d_{ij}}{v} \times 60 \text{ menit} \\ &= \frac{14,07}{40 \text{ km/jam}} \times 60 \text{ menit} = 21,105 \text{ menit} \end{aligned}$$

Bahan Bakar

Bahan bakar yang digunakan oleh kendaraan pengantar barang adalah jenis bahan bakar pertalite dimana 1 liter pertalite bisa menempuh jarak 10 km. Harga 1 liter pertalite adalah Rp.10.000. Maka banyaknya bahan bakar yang digunakan saat pengantaran barang yaitu sebagai berikut : Bahan bakar yang digunakan 1,407 liter maka biaya bahan bakarnya sebesar Rp.14.070.

Maka, dari diperoleh hasil pengoptimalan sebagai berikut :

Setelah menggunakan algoritma *branch and bound* rute yang diperoleh menghasilkan total jarak yang lebih kecil dibandingkan dengan total jarak jika menggunakan rute yang biasa digunakan oleh perusahaan. Maka perbandingan menggunakan rute perusahaan dengan rute yang diperoleh dari algoritma *branch and bound* terdapat pada tabel dibawah ini :

Pelanggan Rumah Sakit

Pada tabel dibawah ini, terdapat hasil dari pengolahan rute yang digunakan perusahaan saat mengantarkan barang berupa obat-obatan ke pelanggan rumah sakit dan rute yang diperoleh setelah menggunakan algoritma *branch and bound*.

Tabel 7. Tabel Hasil Rute Perusahaan Dengan Rute Optimal Untuk Pelanggan Rumah Sakit

	Rute	Total Jarak	Waktu Tempuh	Penggunaan Bahan Bakar	Biaya Bahan Bakar
Rute Perusahaan	1,4,2,5,7,6,9,8,7,3,1	18,9 Km	28,5 menit	1,9 Liter	Rp. 19.000
Rute Optimal Branch and Bound	1,4,2,5,6,8,7,9,3,1	16,1 Km	24 menit	1,61 Liter	Rp. 16.100

Pelanggan Apotek

Pada tabel dibawah ini, terdapat hasil dari pengolahan rute yang digunakan perusahaan saat mengantarkan barang berupa obat-obatan ke pelanggan apotek dan rute yang diperoleh setelah menggunakan algoritma *branch and bound*.

Tabel 8. Tabel Hasil Rute Perusahaan Dengan Rute Optimal Untuk Pelanggan Apotek

	Rute	Total Jarak	Waktu Tempuh	Penggunaan Bahan Bakar	Biaya Bahan Bakar
Rute Perusahaan	1,4,9,7,2,15,3,6,5,10,13,14,11,8,12,1	19,97 Km	30 menit	2 Liter	Rp. 20.000
Rute Optimal Branch and Bound	1,4,9,7,2,8,12,11,15,3,6,5,13,14,10,1	14,07 Km	21 menit	1,407 Liter	Rp. 14.070

Diperoleh total jarak rute yang dihasilkan melalui perhitungan dengan algoritma *branch and bound* lebih kecil atau lebih optimal dibandingkan dengan total jarak rute perusahaan. Waktu pendistribusian yang digunakan dalam penelitian ini adalah waktu perjalanan yang dibutuhkan oleh karyawan pengantar barang saat mengantarkan barang ke rumah sakit ataupun apotek yang berada di kota Pematangsiantar. Untuk menentukan waktu pendistribusian adalah dengan rumus waktu sama dengan total jarak dibagi dengan kecepatan kendaraan yang digunakan oleh pengantar barang. Dalam waktu pengantar barang juga menjadi lebih optimal apabila menggunakan rute yang di peroleh dari perhitungan algoritma *branch and bound*. Jika rute yang digunakan saat pengantaran barang optimal maka, waktu tempuh, banyaknya penggunaan bahan bakar dan biaya bahan bakar yang dikeluarkan akan berkurang.

Rute optimal yang diperoleh dalam pengantaran barang kepada pelanggan rumah sakit adalah sebagai berikut diawali keberangkatan dari PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar-Rumah Sakit Horas Insani-Dinas Kesehatan Kota Pematangsiantar-Rumah Sakit Djasamen Saragih-Rumah Sakit Harapan-Rumah Sakit Tentara-Rumah Sakit Tiara-Rumah Sakit Rasyida-Rumah Sakit Vita Insani lalu kemudian berakhir di PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar. Rute optimal yang diperoleh dalam pengantaran barang kepada pelanggan apotek adalah sebagai berikut dimulai dari PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar-Apotek Rama-Apotek Pemuda-Apotek Sejahtera-Apotek Bersama-Apotek Matahari-Apotek Plus-Apotek Bersatu-Apotek KF85-Apotek Sinta Farma 2- Apotek Salido-Apotek THS-Apotek Megumi-Apotek Makmur-Apotek Care lalu kembali ke PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar. Sesuai dengan permasalahan *Travelling Salesmen Problem* dimana perjalanan diawali dari suatu tempat lalu mengunjungi beberapa tempat lainnya tepat sekali kemudian diakhir akan kembali ke tempat awal.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, maka kesimpulan yang didapatkan adalah sebagai berikut :

1. Rute optimal yang diperoleh untuk pengantaran barang kepada pelanggan rumah sakit adalah sebagai berikut diawali keberangkatan dari PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar-Rumah Sakit Horas Insani-Dinas Kesehatan Kota Pematangsiantar-Rumah Sakit Djasamen Saragih-Rumah Sakit Harapan-Rumah Sakit Tentara-Rumah Sakit Tiara-Rumah Sakit Rasyida-Rumah Sakit Vita Insani lalu kemudian berakhir di PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar. Rute optimal untuk pengantaran barang kepada pelanggan apotek adalah sebagai berikut dimulai dari PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar-Apotek Rama-Apotek Pemuda-Apotek Sejahtera-Apotek Bersama-Apotek Matahari-Apotek Plus-Apotek Bersatu-Apotek KF85-Apotek Sinta Farma 2-Apotek Salido-Apotek THS-Apotek Megumi-Apotek Makmur-Apotek Care lalu kembali ke PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar.
2. Total jarak tempuh rute perusahaan untuk pelanggan rumah sakit 18,9 Km sedangkan rute optimal 16,1 Km selisih yang diperoleh 2,8 Km. Untuk pelanggan apotek total jarak tempuh rute perusahaan 19,97 Km sedangkan rute optimal 14,07 Km selisih yang diperoleh 5,9 Km.
3. Untuk menempuh total jarak rute perusahaan untuk pelanggan rumah sakit diperlukan waktu 29 menit, sedangkan rute optimal dibutuhkan waktu 24 menit, maka selisih waktunya adalah 5 menit. Untuk menempuh total jarak rute perusahaan untuk pelanggan apotek diperlukan waktu 30 menit, sedangkan rute optimal dibutuhkan waktu 21 menit, maka selisih waktunya adalah 9 menit.
4. Untuk menempuh total jarak rute perusahaan pelanggan rumah sakit dibutuhkan 1,9 liter dengan harga Rp. 19.000, sedangkan rute optimal dibutuhkan 1,61 liter dengan harga Rp. 16.100 maka selisihnya adalah Rp. 3.000 untuk setiap pengantaran. Untuk pelanggan apotek dengan rute perusahaan dibutuhkan 2 liter dengan harga Rp. 20.000 sedangkan rute optimal dibutuhkan 14,07 liter dengan harga Rp. 14.070 maka selisihnya adalah Rp. 6.000 untuk setiap pengantaran.

Daftar Pustaka

- [1] Gutin, G & Punnen, A. 2004, *The Traveling Salesman Problem and Its Variations*. Kluwer Academic Publisher, London, Inggris.
- [2] Wijaya, A. 2009. *Matematika Diskrit*. Bandung : Politeknik Telkom
- [3] Greco, Frederio. 2008. *Travelling Salesmen Problem*. Rijeka: InTech.
- [4] Desparaja, C., Gumelar, R.F. and Anggraeni, N.F. (2020) 'Pendistribusian Produk Kartu Seluler untuk Alternatif Rute Terpendek Menggunakan Metode Branch and Bound di PT. T', *Jurnal Teknik: Media Pengembangan Ilmu dan Aplikasi Teknik*, 19(1), p. 40. doi:10.26874/jt.vol19no01.145.
- [5] Ichwani, M.R. and Suyitno, A. (2019) 'Penggunaan Algoritma Branch and Bound Pada Optimasi Rute Pendistribusian Air Minum Dalam', *Journal of Mathematics*, 4(1), pp. 30–37
- [6] Moriza, D., Adiyanto, H. and Nurdiansyah, Y. (2016) 'Rute Pendistribusian Air Mineral Dalam Kemasan Menggunakan Metode Nearest Neighbour dan Branch and Bound Di PT Agronesia BMC', *Reka Integra Itenas*, 4(2), pp. 195–205. Available at: <https://ejournal.itenas.ac.id/index.php/rekaintegra/article/view/1101>.
- [7] Mursy, A.A.L. et al. (2019) 'Menentukan Rute Terpendek Pendistribusian Bahan Bangunan oleh PT. Sadar Jaya Manunggal Mataram Menggunakan Algoritma Branch and Bound', *Eigen Mathematics Journal*, 2(1), pp. 54–60. doi:10.29303/emj.v1i1.24.
- [8] Eko Budi Purwanto. 2008. *Perancangan dan Analisis Algoritma*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- [9] Margiyani, S. et al. (2014) 'Aplikasi Algoritma Branch and Bound Untuk Optimasi Jalur Pemadam Kebakaran Kota Yogyakarta', 3(1), pp. 59–66.
- [10] Ichwani, M.R. and Suyitno, A. (2019) 'Penggunaan Algoritma Branch and Bound Pada Optimasi Rute Pendistribusian Air Minum Dalam', *Journal of Mathematics*, 4(1), pp. 30–37.