

**ANALISIS PENGENDALIAN DAN PENGOPTIMALAN BIAYA PERSEDIAAN
BARANG DAGANG MENGGUNAKAN PROGRAM DINAMIK
DETERMINISTIK PADA PT. RAJAWALI NUSINDO
CABANG PEMATANGSIANTAR**

**ANALYSIS OF CONTROL AND OPTIMIZATION OF MERCHANDISE
INVENTORY COSTS USING DETERMINISTIC DYNAMIC
PROGRAMS AT PT. RAJAWALI NUSINDO
PEMATANGSIANTAR BRANCH**

Asrianita Harefa¹, Debora Exaudi Sirait², Christa Voni Roulina Sinaga³

¹²³Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas HKBP Nommensen
Pematangsiantar, Jalan Sangnauuluh No. 4 Pematangsiantar
email: ¹asrianitaharefa@gmail.com, ²debora.sirait@uhnp.ac.id, ³christa.sinaga@uhnp.ac.id

Abstrak

Masalah persediaan merupakan salah satu masalah utama yang harus dipecahkan oleh perusahaan, salah satu upaya untuk mengantisipasi masalah persediaan ini adalah dengan memperhatikan sistem pengendalian persediaan, seperti kelebihan atau kekurangan persediaan. Berdasarkan hal tersebut, maka diperlukan suatu metode untuk menentukan jumlah persediaan dengan cara yang benar agar perusahaan dapat menentukan kebijakan persediaan yang optimal. Salah satunya seperti masalah persediaan yang dihadapi oleh PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan jumlah barang yang seharusnya dipesan oleh perusahaan supaya diperoleh biaya yang optimal selama satu tahun dengan menggunakan program dinamik deterministik. Program dinamik deterministik adalah teknik matematika yang digunakan untuk mengoptimalkan pengambilan keputusan bertahap. Hasil penelitian menunjukkan bahwa jumlah persediaan barang yang akan mengoptimalkan biaya persediaan selama periode Maret 2021–Februari 2022 berturut-turut sebanyak untuk bio ATP KSS 10 yaitu; 30, 0, 766, 0, 616, 616, 0, 0, 0, 0, dan 0. Untuk ambroxol syrup yaitu: 250, 50, 686, 50, 33.058, 2.000, 5.012, 836, 200, 0, 200, dan 0. Sedangkan untuk 10's yaitu; 72, 72, 2.952, 43.200, 0, 2.952, 9.228, 0, 2.016, 2.952, 1.224, dan 72 (dalam satuan unit). Sistem pengendalian persediaan barang dengan pemrograman dinamik deterministik lebih efisien dan dapat menekan biaya yang harus dikeluarkan oleh perusahaan untuk persediaannya dengan selisih 22,6% dari sistem yang digunakan perusahaan.

Kata Kunci: Matematika, Persediaan, Pemrograman Dinamik Deterministik.

Abstract

Inventory problem is one of the main problems that must be solved by the company, one of the efforts to anticipate this inventory problem is to pay attention to the inventory control system, such as excess or shortage of inventory. Based on this, we need a method to determine the amount of inventory in the right way so that the company can determine the optimal inventory policy. One of them is the inventory problem faced by PT. Rajawali Nusindo Pematangsiantar branch. This study aims to determine the number of goods that should be ordered by the company in order to obtain the optimal cost for one year using a deterministic dynamic program. Deterministic dynamic programming is a mathematical technique used to optimize stepwise decision making. The results show that the number of inventory items that will optimize inventory costs during the period March 2021 - February 2022 in a row is as much as for bio ATP KSS 10, namely; 30, 0, 766, 0, 616, 616, 0, 0, 0, 0, 0, and 0. For ambroxol syrup, they are: 250, 50, 686, 50, 33.058, 2.000, 5.012, 836, 200, 0, 200, and 0. Antimo 10's, namely; 72, 72, 2.952, 43.200, 0, 2.952, 9.228, 0, 2.016, 2.952, 1.224, and 72 (in units). The inventory control system with deterministic dynamic programming is more efficient and can reduce the costs that must be incurred by the company for its inventory with a difference of 22,6% from the system used by the company.

Keywords: Mathematic, Inventory, Deterministic Dynamic Programming.

Pendahuluan

Sebelum melaksanakan kegiatan operasional, setiap perusahaan harus memiliki strategi dan pengendalian guna meningkatkan efisiensi dan efektivitas kegiatan sehingga mampu mencapai tujuan yang diinginkan. Hal ini sesuai dengan tujuan perusahaan yaitu memaksimalkan keuntungan. Oleh karena itu, semua perusahaan perlu membangun otoritas dan akuntabilitas yang kuat. Hal ini dimaksudkan untuk mencerminkan strategi dan pengendalian. Keberhasilan atau kegagalan ditentukan oleh pimpinan perusahaan. Pemimpin perlu mempertimbangkan dengan cermat kegiatan yang mendukung keberhasilan^[3]. Sekarang distribusi memiliki tantangan dimana permintaan pelanggan selalu berubah-ubah. Fleksibilitas dibutuhkan untuk dapat beradaptasi dengan permintaan yang tidak dapat diantisipasi perubahannya dan mengurangi dampak dari perubahan tersebut. Pengoptimalan perlu dilakukan untuk memenuhi permintaan yang berubah-ubah agar dapat terpenuhi dengan efisien.

Masalah persediaan adalah salah satu masalah utama yang harus dipecahkan oleh perusahaan, salah satu untuk mengantisipasi masalah persediaan tersebut adalah dengan memperhatikan sistem pengendalian persediaan. Kebutuhan akan sistem persediaan muncul dari permasalahan yang dihadapi oleh para pelaku usaha seperti: kelebihan atau kekurangan persediaan. ketika perusahaan memiliki kelebihan persediaan, perusahaan harus mengatasi banyak risiko, seperti kerusakan barang, biaya perawatan barang, dan investasi modal. Sebaliknya jika perusahaan tidak memiliki stok maka akan menimbulkan kekecewaan bagi pelanggan, karena hilangnya kesempatan untuk memperoleh keuntungan dan menimbulkan rasa kurang percaya sehingga pelanggan beralih ke produsen pesaing, yang pada akhirnya merugikan perusahaan itu sendiri.

Berdasarkan hal tersebut, maka diperlukan suatu metode untuk menentukan jumlah persediaan dengan cara yang benar dan terencana sehingga dapat dijadikan pedoman bagi perusahaan penyedia agar perusahaan dapat menentukan kebijakan persediaan yang optimal^[8].

Pada penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Lina Mardikawati menggunakan metode program dinamik dalam pengoptimalan biaya produksi bahan baku dengan satu jenis produk saja, pada penelitian ini penulis tertarik mengambil metode program dinamik deterministik dengan melakukan penelitian lebih dari satu jenis barang sehingga studi kasus yang diambil pada penelitian ini yaitu dengan tiga jenis obat yakni bio ATP KSS 10, ambroxol sirup btl, dan antimo 10's. Perbedaan metode program dinamik probabilistik dengan metode program dinamik deterministik yaitu, metode program dinamik probabilistik memiliki ciri-ciri bahwa status pada suatu tahap ditentukan oleh distribusi kemungkinan tertentu, dimana distribusi ini tergantung pada keputusan yang diambil sebelumnya. Sedangkan program dinamik deterministik, tahap dan status selanjutnya sepenuhnya ditentukan oleh status dan keputusan pada tahap sebelumnya.

Pemrograman dinamik lebih fleksibel daripada kebanyakan model dan metode matematika dalam riset operasi. Tidak seperti pemrograman linear, dalam masalah program dinamik tidak ada formulasi matematika yang baku^[10]. Program dinamik adalah teknik matematika yang digunakan untuk mengoptimalkan pengambilan keputusan bertahap. Dalam teknik ini, keputusan tentang suatu masalah yang dioptimalkan secara bertahap dan tidak secara sekaligus. Inti dari teknik ini adalah membagi satu masalah menjadi beberapa bagian masalah yang dalam program dinamik disebut sebagai tahap, kemudian dipecahkan. Oleh karena itu, keputusan optimal pada semua tahap disebut sebagai kebijakan optimal^[11]. Berdasarkan uraian yang telah dikemukakan, maka penulis memberi judul penelitian ini "Analisis pengendalian dan Pengoptimalan Biaya Persediaan Barang Dagang Menggunakan Program Dinamik Deterministik Pada PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar".

Metodologi Penelitian

Jenis Penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah penelitian kuantitatif. Peneliti menggunakan penelitian kuantitatif karena pada penelitian ini bertujuan untuk menghitung jumlah persediaan dan total biaya minimum sehingga diperoleh biaya optimal pada pengendalian persediaan barang dagang di PT. Rajawali Nusindo cabang Pematangsiantar. Cara penyelesaian menggunakan pemrograman dinamik Deterministik. Dimana pemrograman dinamik adalah suatu teknik matematika yang digunakan untuk mengoptimalkan proses pengambilan keputusan secara bertahap ganda^[7]. Dalam teknik ini, keputusan tentang suatu masalah dioptimalkan dalam langkah-langkah bukan sekaligus atau bisa juga disebut membagi masalah menjadi beberapa bagian masalah yang dalam program dinamik disebut tahap, kemudian memecahkan tiap tahap dengan mengoptimalkan keputusan atas tiap tahap sampai seluruh persoalan telah terpecahkan.

Pemrograman dinamik memberikan prosedur yang sistematis untuk menentukan kombinasi pengambilan keputusan yang memaksimalkan keseluruhan efektivitas^[11].

Beberapa karakteristik masalah dalam program dinamik:

- 1) Masalah dapat dibagi menjadi beberapa tahap (*stage*), yang pada setiap tahap hanya memiliki satu keputusan.
- 2) Setiap tahap mencakup beberapa status (*state*) yang terkait dengan tahap tersebut. Secara umum, status merupakan bermacam kemungkinan masukan yang ada pada tahap tersebut. Jumlahnya bisa terbatas atau tak terbatas.
- 3) Hasil dari keputusan yang diambil pada setiap tahap diubah dari status yang bersangkutan ke status berikutnya pada tahap berikutnya.
- 4) Keputusan terbaik pada suatu tahap tidak tergantung pada keputusan yang dibuat pada langkah sebelumnya.
- 5) Adanya hubungan rekursif yang menentukan keputusan terbaik untuk setiap *state* pada tahap k memberikan keputusan terbaik untuk setiap *state* pada tahap $k + 1$.

N = jumlah tahap.

n = label untuk tahap sekarang ($n = 1, 2, 3, \dots, N$).

S_n = keadaan sekarang untuk tahap n .

χ_n = variabel keputusan untuk tahap n .

χ_n^* = nilai optimal χ_n (diketahui S_n).

$f_n(S_n, \chi_n)$ = fungsi transformasi atau bisa juga disebut juga kontribusi tahap $n, n + 1, \dots, N$ untuk fungsi tujuan jika sistem dimulai dari keadaan S_n pada tahap n , keputusan sekarang adalah χ_n dan keputusan optimal berikutnya dibuat.

- 6) Prinsip optimasi berlaku pada persoalan tersebut.

Beberapa istilah yang digunakan dalam pemrograman dinamis^[2].

- 1) *Stages*
Langkah pertama dalam mengembangkan program dinamis adalah mengidentifikasi tahapan pengambilan keputusan. Misalnya, ada (n) tahapan berlabel 1,2,3, ..., $n-1,1$.
- 2) *State*
Hal ini diidentifikasi berdasarkan setiap tahap yang menggambarkan status semua informasi mengambil keputusan. Misalnya, jika tahap 3 terdapat status 5, maka ditulis $S_3 = 5$
- 3) *Decisions*
Variabel keputusan untuk tahap i ditulis dengan d_i . Misalnya, tahap 3 memiliki 5 status dan d_3 bisa sama dengan 7 atau 8 (menuju *states* 7 atau 8).
- 4) *Return Function*
Untuk menghitung efektifitas, gunakan fungsi dengan notasi f . Fungsi ini dapat berupa biaya, keuntungan, jarak, atau hitungan lainnya. Fungsi f tersebut dinamakan *return function*, misalnya, $f(s_i, d_i)$. Apabila nilai f_i optimum ditulis dengan $f_i^*(s_i)$ atau dikenal dengan istilah optimum *return function*. Misalnya dalam *stage* 2 terdapat *states* 2 atau $i = 2$ dan $s_i = 2$.

Teknik perhitungan program dinamis terutama di dasarkan pada prinsip optimasi *recursive* (bersifat pengulang) yang diketahui sebagai prinsip optimalisasi (*principle of optimality*). Prinsip ini mengandung arti bahwa bila dibuat keputusan multistage mulai pada tahap tertentu, kebijakan optimal untuk tahap-tahap selanjutnya tergantung pada ketetapan tahap permulaan tanpa menghiraukan bagaimana diperoleh suatu ketetapan tertentu^[11].

Unsur dasar pembentuk program dinamik yaitu^[5]:

- 1) Tahap (n) adalah jumlah bulan dalam satu tahun.
- 2) Variabel status (I_n) adalah jumlah persediaan barang pada awal tahap n .
- 3) Variabel keputusan ($x_n = d_n^*$) adalah jumlah pembelian barang optimal pada tahap n yang diperoleh dari beberapa alternatif kebijakan pemesanan pada tahap tersebut.
- 4) $f_n(I_n, d_n)$ = fungsi biaya total persediaan barang untuk tahap n .
- 5) x_n = jumlah barang yang akan dibeli pada tahap n .
- 6) I_n = jumlah persediaan barang pada tahap n .
- 7) n = jumlah bulan (1,2,....., 12).



Gambar 1. Program Dinamik Deterministik

Merumuskan Masalah Berdasarkan Program Dinamik Deterministik

1) Fungsi tujuan

$$\text{Meminimumkan : } f_n(I_n) = \{ A(d_n) + B (I_n + d_n - k_n) \}$$

2) Fungsi kendala

Jumlah persediaan barang dalam gudang tidak boleh melebihi kapasitas penyimpanan gudang sehingga $I_n + d_n \leq G$. Persediaan barang setiap bulan harus dapat memenuhi permintaan barang pada bulan tersebut. Pernyataan tersebut dapat ditulis sebagai sebuah kendala: $I_n + d_n \geq k_n$

Jumlah persediaan dan barang yang dibeli setiap bulan lebih besar atau sama dengan nol. Pernyataan ini dapat ditulis sebagai fungsi kendala *non negative* sebagai berikut: $I_n \geq 0$ dan $d_n \geq 0, n = 1, 2, \dots, 12$.

3) Fungsi transisi

Fungsi yang menunjukkan perubahan keadaan pada setiap tahap. Fungsi tersebut dapat ditulis sebagai berikut: $I_{n+1} = I_n + d_n - k_n$.

4) Fungsi rekursif

Meminimumkan

$$f_n(I_n) = \begin{cases} 0, & n > 12 \\ \{ A(d_n) + B (I_n + d_n - k_n) + f_{n-1}(I_{n-1}) \}, & n \leq 12 \text{ dan } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Diperoleh nilai $f_n^*(I_n)$

$f_{n-1}^*(I_{n-1})$ = Hasil optimum tahap n-1

$f_n^*(I_n)$ = Hasil optimum tahap n

n = Tahap

I_n = jumlah persediaan barang pada tahap n

d_n = jumlah pemesanan pada tahap n

A = total biaya pada tahap n

B = biaya cadangan penanganan

k_n = penjualan pada tahap n, dan n = tahap

Hasil Penelitian dan Pembahasan

Berdasarkan pembahasan di atas, kita tahu bahwa manajemen persediaan sangat penting bagi suatu perusahaan. Dengan adanya pengendalian persediaan yang tepat, perusahaan dapat mencapai keuntungan yang optimal. Agar pengendalian persediaan ini dapat berhasil dengan baik, perusahaan perlu mengelola persediaan atau memiliki teknik perencanaan persediaan yang baik. Dengan adanya pengendalian persediaan yang tepat, maka perusahaan dapat mencapai laba yang optimal. Agar pengendalian persediaan ini dapat berhasil diperlukan penanganan persediaan atau teknik perencanaan persediaan yang baik yaitu anggaran persediaan. Pada PT. Rajawali Nusindo cabang Pematangsiantar sejauh ini telah melakukan pembelian sesuai anggaran, namun anggaran dibuat kurang efektif. Sebaiknya PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar membuat pemesanan sesuai dengan kebutuhan setiap periodenya.

Hasil Penelitian

Berikut adalah gambaran secara jelas penganggaran persediaan barang dagang jenis obat (bio ATP KSS 10, ambroxol syrup, dan antimo 10's) pada PT. Rajawali Nusindo cabang Pematangsiantar pada periode Maret 2021 – Februari 2022.

Tabel 1. Anggaran persediaan barang dagang pada PT. Rajawali Nusindo cabang Pematangsiantar (Periode Maret 2021 – Februari 2022)

Tahun	Bulan	Nama Barang	Persediaan		Penjualan		Persediaan Akhir	
			Unit	Nilai	Unit	Nilai	Unit	Nilai
2021	Maret	Bio ATP KSS 10	69	13.004.982	0	0	69	13.004.982
		Ambroxol Syrup	250	1.156.250	250	1.156.250	0	0
		Antimo 10'S	144	456.192	72	228.096	72	228.096
	April	Bio ATP KSS 10	69	13.004.982	7	1.319.346	62	11.685.636
		Ambroxol Syrup	50	231.250	50	231.250	0	0
		Antimo 10'S	72	228.096	72	228.096	0	0
	Mei	Bio ATP KSS 10	782	147.389.796	700	131.934.600	82	15.455.196
		Ambroxol Syrup	2.000	9.250.000	630	2.193.750	1.370	6.336.250
		Antimo 10'S	50.040	149.519.520	2.448	7.314.624	47.592	142.204.896
	Juni	Bio ATP KSS 10	82	15.455.196	0	0	82	15.455.196
		Ambroxol Syrup	1.370	6.336.250	100	462.500	1.270	5.873.750
		Antimo 10'S	49.752	148.658.976	39.240	117.249.120	10.512	31.409.856
	Juli	Bio ATP KSS 10	766	144.374.148	650	122.510.700	116	21.863.448
		Ambroxol Syrup	33.058	153.711.500	33.046	152.837750	12	55.500
		Antimo 10'S	10.512	31.409.856	216	645.408	10.296	30.764448
	Agustus	Bio ATP KSS 10	616	116.102.448	581	109.505.718	35	6.596.730
		Ambroxol Syrup	7.012	32.430.500	2.000	9.250.000	5.012	23.180.500
		Antimo 10'S	43.200	136.857.600	6.480	20.528.640	36.720	116.328.960

	September	Bio ATP KSS 10	35	6.596.730	0	0	35	6.596.730
		Ambroxol Syrup	5.012	23.180.500	5.000	23.125.000	12	55.500
		Antimo 10'S	9.228	27.752.544	9.228	27.752.544	0	0
	Oktober	Bio ATP KSS 10	35	6.596.730	2	376.956	33	6.219.774
		Ambroxol Syrup	3.012	13.930.500	780	3.607.500	2.232	10.323.000
		Antimo 10'S	5.616	17.791.488	432	1.368.576	5.184	16.422.912
	November	Bio ATP KSS 10	33	6.219.774	0	0	33	6.219.774
		Ambroxol Syrup	836	3.866.500	150	2.683.850,30	686	3.172.750
		Antimo 10'S	5.184	16.422.912	2.232	7.070.976	2.952	9.351.936
Desember	Bio ATP KSS 10	33	6.219.774	2	376.956	31	5.842.818	
	Ambroxol Syrup	200	925.000	102	471.750	98	453.250	
	Antimo 10'S	2.952	9.351.336	2.448	7.755.264	504	1.596.672	
2022	Januari	Bio ATP KSS 10	31	5.842.818	1	188.478	30	5.654.340
		Ambroxol Syrup	200	925.000	200	925.000	0	0
		Antimo 10'S	2.016	6.386.688	792	2.509.056	1.224	3.877.632
	Februari	Bio ATP KSS 10	30	5.654.340	1	188.478	29	5.465.862
		Ambroxol Syrup	686	3.172.750	0	0	686	3.172.750
		Antimo 10'S	1.224	3.877.632	1.008	3.193.344	216	684.288

Sumber: PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar, 2022

Berikut adalah data penjualan dan persediaan barang dari periode Maret 2021 – Februari 2022.

Tabel 2. Penjualan dan Persediaan Barang Periode Maret 2021 – Februari 2022

Nama Obat	Anggaran	Periode												Jumlah
		Tahun 2021										Tahun 2022		
		Maret	April	Mei	Juni	Juli	Agst	Sept	Okt	Nov	Des	Jan	Feb	
Bio ATP KSS 10	Persediaan	69	69	782	82	766	616	35	35	33	33	31	30	2.546
	Penjualan	0	7	700	0	650	581	0	2	0	2	1	1	1.944
Ambroxol Syrup	Persediaan	250	50	2.000	1.370	33.058	7.012	5.012	3.012	836	200	200	686	53.486
	Penjualan	250	50	630	100	33.046	2.000	5.000	780	150	102	200	0	42.308
Antimo 10's	Persediaan	144	72	50.040	49.752	10.512	43.200	9.228	5.616	5.184	2.952	2.016	1.224	179.940
	Penjualan	72	72	2.448	39.240	216	6.480	9.228	432	2.232	2.448	792	1.008	64.668

Sumber: PT. Rajawali Nusindo Cabang Pematangsiantar, 2022

Pembahasan

Berdasarkan data-data yang diperoleh dari perusahaan maka dapat dihitung biaya persediaan yang perlu dikeluarkan oleh perusahaan untuk menyediakan barang seperti pada tabel berikut:

1. Bio ATP KSS 10

Tabel 3. Biaya Persediaan Bio ATP KSS 10

Persediaan (unit)	Harga/unit	Harga Barang	Biaya Sewa Gudang	Gaji Karyawan Gudang	Total Biaya
69	188.478	13.004.982	8.712.951	15.551.575	37.269.508
69		13.004.982			37.269.508
782		147.389.796			171.654.322
82		15.455.196			39.719.722
766		144.374.148			168.638.674
616		116.102.448			140.366.974
35		6.596.730			30.861.256
35		6.596.730			30.861.256
33		6.219.774			30.484.300
33		6.219.774			30.484.300
31		5.842.818			30.107.344
30		5.654.340			29.918.866

Sumber: Data yang diolah penulis, 2022

2. Ambroxol Syrup

Tabel 4. Biaya Persediaan Ambroxol Syrup

Persediaan (unit)	Harga/unit	Harga Barang	Biaya Sewa Gudang	Gaji Karyawan Gudang	Total Biaya
250		1.156.250			25.420.776
50		231.250			24.495.776

2.000	4.625	9.250.000	8.712.951	15.551.575	33.514.526
1.370		6.336.250			30.600.776
33.058		143.711.500			177.976.026
7.012		32.430.000			56.694.526
5.012		23.180.500			47.445.026
3.012		13.930.500			38.195.026
836		3.866.500			28.131.026
200		925.000			25.189.526
200		925.000			25.189.526
686		3.172.750			27.437.276

Sumber : Data yang diolah penulis, 2022

3. Antimo 10's

Tabel 5. Biaya Pembelian Antimo 10's

Persediaan (unit)	Harga/unit	Harga Barang	Biaya Sewa Gudang	Gaji Karyawan Gudang	Total Biaya
144	3.168	456.192	8.712.951	15.551.575	24.720.718
72		228.096			24.492.622
50.040		158.526.720			182.791.246
49.752		157.614.336			181.878.862
10.512		33.302.016			57.566.542
43.200		136.857.600			161.122.126
9.228		29.234.304			53.498.830
5.616		17.791.488			42.056.014
5.184		16.422.912			40.687.438
2.952		9.351.936			33.616.462
2.016		6.386.688			30.651.214
1.224		3.877.632			28.142.158

Sumber : Data yang diolah penulis, 2022

Untuk Bio ATP KSS 10

1. Tahap 1 (Maret 2021)

Meminimumkan : $f_1(I_1) = \{A(d_1) + 1.000.000 (I_1 + d_1 - 0)$

Terhadap : $0 \leq I_1 + d_1 \leq 250.000, I_n \geq 0$ dan $d_n \geq 0$

Dengan asumsi jumlah persediaan awal (I_1) untuk bulan Maret 2021 adalah nol atau barang tidak tersedia maka nilai I_1 hanya ada satu yaitu nol. Asumsi mengacu pada sifat masalah yang deterministik.

a. Jika $I_1 = 0$

$$f_1(0) = \min \begin{cases} A(30) + 1.000.000(0 + 30 - 0) \\ A(31) + 1.000.000(0 + 31 - 0) \end{cases}$$

$$= \min \begin{cases} 29.918.866 + 30.000.000 = 59.918.866 \\ 30.107.344 + 31.000.000 = 61.107.344 \end{cases}$$

$$f_1(0) = \min \{59.918.866, 61.107.344\}$$

Diperoleh nilai optimal $f_1(30) = 59.918.866$ dan $d^*_1 = 30$

Dengan sisa persediaan ditahap 1 adalah 30 unit.

2. Tahap 2 (April 2021)

Meminimumkan : $f_2(I_2) = \{A(d_2) + 1.000.000 (I_2 + d_2 - 7) + f_1(I_1)\}$

terhadap : $7 \leq I_2 + d_2 \leq 250.000, I_n \geq 0$ dan $d_n \geq 0$

a. Jika $I_2 = 0$

$$f_2(0) = \min \begin{cases} \{A(0) + 1.000.000(0 + 0 - 7) + f_1(I_1)\} \\ \{A(30) + 1.000.000(0 + 30 - 7) + f_1(I_1)\} \\ \{A(31) + 1.000.000(0 + 31 - 7) + f_1(I_1)\} \end{cases}$$

$$= \min \begin{cases} 0 + (-7.000.000) + 59.918.866 = 52.918.866 \\ 29.918.866 + 23.000.000 + 59.918.866 = 112.837.732 \\ 30.107.344 + 24.000.000 + 59.918.866 = 114.026.210 \end{cases}$$

$$f_2(0) = \min \{52.918.866, 112.837.732, 114.026.210\}$$

Diperoleh nilai optimal $f_2(0) = 52.918.866$ dan $d^*_2 = 0$

b. Jika $I_2 = 1$

$$f_2(1) = \min \begin{cases} \{A(0) + 1.000.000(1 + 0 - 7) + f_1(I_1)\} \\ \{A(30) + 1.000.000(1 + 30 - 7) + f_1(I_1)\} \\ \{A(31) + 1.000.000(1 + 31 - 7) + f_1(I_1)\} \end{cases}$$

$$= \min \begin{cases} 0 + (-6.000.000) + 59.918.866 = 53.918.866 \\ 29.918.866 + 24.000.000 + 59.918.866 = 113.837.732 \\ 30.107.344 + 25.000.000 + 59.918.866 = 115.026.210 \end{cases}$$

$$f_2(1) = \min \{53.918.866, 113.837.732, 115.026.210\}$$

Diperoleh nilai optimal $f_2(1) = 53.918.866$ dan $d^*_2 = 0$

Dan sisa persediaan pada tahap 2 adalah 23 unit.

Perhitungan untuk tahap selanjutnya sampai tahap 12 dibuat seperti dengan cara perhitungan sebelumnya pada tahap 1 dan tahap 2.

Tabel 6. Tahap 3 (Mei 2021)

$f_3(I_3) = \min \{A(d_3) + 1.000.000 (I_3 + d_3 - 700) + f_2(I_2) \}$											$f_3(I_3)$	d_3
d_3	0	30	31	33	35	69	82	61	766	782		
I_3												
0	-	-	-	-	-	-	-	-	288.557.540	307.573.188	288.557.540	
1	-	-	-	-	-	-	-	-	289.557.540	308.573.188	289.557.540	766
2	-	-	-	-	-	-	-	-	288.557.540	309.573.188	288.557.540	

Tabel 7. Tahap 12 (Februari 2021)

$f_{12}(I_{12}) = \min \{A(d_{12}) + 1.000.000 (I_{12} + d_{12} - 1) + f_{11}(I_{11}) \}$											$f_{12}(I_{12})$	d_{12}
d_{12}	0	30	31	3	3	6	8	61	766	782		
I_{12}												
0	573.291.488	633.210.354									573.291.488	
1	574.291.488	634.210.354									574.291.488	0
2	575.291.488	635.210.354									575.291.488	

Berdasarkan perhitungan di atas diperoleh jumlah persediaan barang yang optimal untuk bio ATP KSS 10 yaitu : 30, 0, 766, 0, 616, 616, 0, 0, 0, 0, 0, dan 0 dengan total biaya persediaannya sebesar Rp 574.291.488.

Untuk perhitungan ambroxol syrup dan antimo 10's selanjutnya akan dilakukan perhitungan dengan langkah yang sama seperti pada bio ATP KSS 10 dari tahap 1 sampai tahap 12.

Untuk Ambroxol Syrup

1. Tahap 1 (Maret 2021)
Meminimumkan : $f_1(I_1) = \{A(d_1) + 1.000.000 (I_1 + d_1 - 250)\}$
terhadap : $250 \leq I_1 + d_1 \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$
2. Tahap 2 (April 2021)
Meminimumkan : $f_2(I_2) = \{A(d_2) + 1.000.000 (I_2 + d_2 - 50) + f_1(I_1)\}$
terhadap : $50 \leq I_2 + d_2 \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$
3. Tahap 3 (Mei 2021)
Meminimumkan : $f_3(I_3) = \{A(d_3) + 1.000.000 (I_3 + d_3 - 630) + f_2(I_2)\}$
terhadap : $630 \leq I_3 + d_3 \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$
4. Tahap 4 (Juni 2021)
Meminimumkan : $f_4(I_4) = \{A(d_4) + 1.000.000 (I_4 + d_4 - 100) + f_3(I_3)\}$
terhadap : $100 \leq I_4 + d_4 \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$
5. Tahap 5 (Juli 2021)
Meminimumkan : $f_5(I_5) = \{A(d_5) + 1.000.000 (I_5 + d_5 - 33.046) + f_4(I_4)\}$
terhadap : $33.046 \leq I_5 + d_5 \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$
6. Tahap 6 (Agustus 2021)
Meminimumkan : $f_6(I_6) = \{A(d_6) + 1.000.000 (I_6 + d_6 - 2.000) + f_5(I_5)\}$
terhadap : $2.000 \leq I_6 + d_6 \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$
7. Tahap 7 (September 2021)
Meminimumkan : $f_7(I_7) = \{A(d_7) + 1.000.000 (I_7 + d_7 - 5.000) + f_6(I_6)\}$
terhadap : $5.000 \leq I_7 + d_7 \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$
8. Tahap 8 (Oktober 2021)
Meminimumkan : $f_8(I_8) = \{A(d_8) + 1.000.000 (I_8 + d_8 - 780) + f_7(I_7)\}$ terhadap :
: $780 \leq I_8 + d_8 \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$
9. Tahap 9 (November 2021)
Meminimumkan : $f_9(I_9) = \{A(d_9) + 1.000.000 (I_9 + d_9 - 150) + f_8(I_8)\}$
terhadap : $150 \leq I_9 + d_9 \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$
10. Tahap 10 (Desember 2021)
Meminimumkan : $f_{10}(I_{10}) = \{A(d_{10}) + 1.000.000 (I_{10} + d_{10} - 102) + f_9(I_9)\}$
terhadap : $102 \leq I_{10} + d_{10} \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$
11. Tahap 11 (Januari 2022)
Meminimumkan : $f_{11}(I_{11}) = \{A(d_{11}) + 1.000.000 (I_{11} + d_{11} - 200) + f_{10}(I_{10})\}$
terhadap : $200 \leq I_{11} + d_{11} \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$
12. Tahap 12 (Februari 2022)
Meminimumkan : $f_{12}(I_{12}) = \{A(d_{12}) + 1.000.000 (I_{12} + d_{12} - 0) + f_{11}(I_{11})\}$
terhadap : $0 \leq I_{12} + d_{12} \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$

Berdasarkan perhitungan di atas diperoleh jumlah persediaan barang yang optimal untuk ambroxol syrup yaitu : 250, 50, 686, 50, 33.058, 2.000, 5.012, 836, 200, 0, 200, dan 0 dengan total biaya persediaannya sebesar Rp 384.295.258.

Untuk Antimo 10'S

1. Tahap 1 (Maret 2021)
Meminimumkan : $f_1(I_1) = \{A(d_1) + 1.000.000 (I_1 + d_1 - 72)\}$
terhadap : $72 \leq I_1 + d_1 \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$
2. Tahap 2 (April 2021)
Meminimumkan : $f_2(I_2) = \{A(d_2) + 1.000.000 (I_2 + d_2 - 72) + f_1(I_1)\}$
terhadap : $72 \leq I_2 + d_2 \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$
3. Tahap 3 (Mei 2021)
Meminimumkan : $f_3(I_3) = \{A(d_3) + 1.000.000 (I_3 + d_3 - 2.448) + f_2(I_2)\}$
terhadap : $2.448 \leq I_3 + d_3 \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$
4. Tahap 4 (Juni 2021)
Meminimumkan : $f_4(I_4) = \{A(d_4) + 1.000.000 (I_4 + d_4 - 39.240) + f_3(I_3)\}$
terhadap : $39.240 \leq I_4 + d_4 \leq 250.000, I_n \geq 0 \text{ dan } d_n \geq 0$

5. Tahap 5 (Juli 2021)
 Meminimumkan : $f_5(l_5) = \{A(d_5) + 1.000.000 (l_5 + d_5 - 216) + f_4(l_4) \}$
 terhadap : $216 \leq l_5 + d_5 \leq 250.000, l_n \geq 0$ dan $d_n \geq 0$
6. Tahap 6 (Agustus 2021)
 Meminimumkan : $f_6(l_6) = \{A(d_6) + 1.000.000 (l_6 + d_6 - 6.480) + f_5(l_5) \}$
 terhadap : $6.480 \leq l_6 + d_6 \leq 250.000, l_n \geq 0$ dan $d_n \geq 0$
7. Tahap 7 (September 2021)
 Meminimumkan : $f_7(l_7) = \{A(d_7) + 1.000.000 (l_7 + d_7 - 9.228) + f_6(l_6) \}$
 terhadap : $9.228 \leq l_7 + d_7 \leq 250.000, l_n \geq 0$ dan $d_n \geq 0$
8. Tahap 8 (Oktober 2021)
 Meminimumkan : $f_8(l_8) = \{A(d_8) + 1.000.000 (l_8 + d_8 - 432) + f_7(l_7) \}$
 terhadap : $432 \leq l_8 + d_8 \leq 250.000, l_n \geq 0$ dan $d_n \geq 0$
9. Tahap 9 (November 2021)
 Meminimumkan : $f_9(l_9) = \{A(d_9) + 1.000.000 (l_9 + d_9 - 2.232) + f_8(l_8) \}$
 terhadap : $2.232 \leq l_9 + d_9 \leq 250.000, l_n \geq 0$ dan $d_n \geq 0$
10. Tahap 10 (Desember 2021)
 Meminimumkan : $f_{10}(l_{10}) = \{A(d_{10}) + 1.000.000 (l_{10} + d_{10} - 2.448) + f_9(l_9) \}$
 terhadap : $2.448 \leq l_{10} + d_{10} \leq 250.000, l_n \geq 0$ dan $d_n \geq 0$
11. Tahap 11 (Januari 2022)
 Meminimumkan : $f_{11}(l_{11}) = \{A(d_{11}) + 1.000.000 (l_{11} + d_{11} - 792) + f_{10}(l_{10}) \}$
 terhadap : $1.000.000 \leq l_{11} + d_{11} \leq 250.000, l_n \geq 0$ dan $d_n \geq 0$
12. Tahap 12 (Februari 2022)
 Meminimumkan : $f_{12}(l_{12}) = \{A(d_{12}) + 1.000.000 (l_{12} + d_{12} - 1.008) + f_{11}(l_{11}) \}$
 terhadap : $1.008 \leq l_{12} + d_{12} \leq 250.000, l_n \geq 0$ dan $d_n \geq 0$

Berdasarkan perhitungan di atas diperoleh jumlah pemesanan barang yang optimal untuk antimo s'10 yaitu : 72, 72, 2.952, 43.200, 0, 2.952, 9.228, 0, 2.016, 2.952, 1.224, dan 72 dengan total biaya persediaannya sebesar Rp. 697.462.298.

Hasil perhitungan untuk menentukan jumlah pemesanan barang berdasarkan pemrograman dinamik deterministik dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 8. Hasil perhitungan program dinamik untuk bio ATP KSS 10

Bulan	Jumlah Pesan	Stock	Penjualan	Sisa
Maret 2021	30	0	0	30
April 2021	0	30	7	23
Mei 2021	766	23	700	89
Juni 2021	0	89	0	89
Juli 2021	616	89	650	55
Agustus 2021	616	55	581	90
September 2021	0	90	0	90
Oktober 2021	0	90	2	88
November 2021	0	88	0	88
Desember 2021	0	88	2	86
Januari 2022	0	86	1	85
Februari 2022	0	85	1	84

Tabel 9. Hasil perhitungan program dinamik untuk ambroxol syrup

Bulan	Jumlah Pesan	Stock	Penjualan	Sisa
Maret 2021	250	0	250	0
April 2021	50	0	50	0
Mei 2021	686	0	630	56
Juni 2021	50	56	100	6
Juli 2021	33.058	6	33.046	18
Agustus 2021	2.000	18	2.000	18
September 2021	5.012	18	5.000	30
Oktober 2021	836	30	780	86

November 2021	200	86	150	136
Desember 2021	0	136	102	34
Januari 2022	200	34	200	34
Februari 2022	0	34	0	34

Tabel 10. Hasil perhitungan program dinamik untuk antimo 10's

Bulan	Jumlah Pesan	Stock	Penjualan	Sisa
Maret 2021	72	0	72	0
April 2021	72	0	72	0
Mei 2021	2.952	0	2.448	504
Juni 2021	43.200	504	39.240	4.464
Juli 2021	0	4.464	216	4.248
Agustus 2021	2.952	4.248	6.480	720
September 2021	9.228	720	9.228	720
Oktober 2021	0	720	432	288
November 2021	2.016	288	2.232	72
Desember 2021	2.952	72	2.448	576
Januari 2022	1.224	576	792	1.008
Februari 2022	72	0	1.008	72

Berdasarkan cara pemesanan barang sesuai tabel diatas maka total biaya pengadaan bio ATP KSS 10, ambroxol syrup, dan antimo 10's selama satu tahun (Maret 2021 – Februari 2022) adalah Rp. 1.656.049.044,-. Sedangkan berdasarkan kebijakan yang selama ini digunakan perusahaan, total biaya persediaan pada periode yang sama adalah Rp. 2.139.430.352,-. Maka dengan menggunakan pemrograman dinamik deterministik terjadi penghematan biaya persediaan sebesar Rp. 483.381.308,- atau sekitar 22,6% dari sistem yang digunakan perusahaan.

Kesimpulan

Dari penelitian yang dilakukan, dapat disimpulkan bahwa sistem pengendalian persediaan menggunakan pemrograman dinamik deterministik lebih efektif dan efisien. Barang dipesan setiap bulan sesuai kebutuhan sehingga dapat mengurangi biaya (termasuk biaya pembelian dan penyimpanan) yang dikeluarkan oleh perusahaan dalam pembelian barang tersebut.

1. Jumlah persediaan barang yang mengoptimalkan total biaya persediaan dari Maret 2021 – Februari 2022 berturut-turut sebanyak:
 - a. Untuk bio ATP KSS 10 yaitu: 30, 0, 766, 0, 616, 616, 0, 0, 0, 0, 0 dan 0.
 - b. Untuk ambroxol syrup yaitu: 250, 50, 686, 50, 33.058, 2.000, 5.012, 836, 200, 0, 200 dan 0.
 - c. Untuk antimo s'10 yaitu : 72, 72, 2.952, 43.200, 0, 2.952, 9.228, 0, 2.016, 2.952, 1.224 dan 72.
2. Pemrograman dinamik deterministik memberikan hasil yang optimal (minimum) dibandingkan dengan sistem yang digunakan perusahaan, dan total biaya persediaan adalah Rp. 1.656.049.044,- dan selisihnya Rp. 483.381.308,- atau 22,6% dari sistem perusahaan.

Daftar Pustaka

[1] Assauri, S., 2020. *Manajemen Produksi dan Operasi*. Edisi revisi 2008 ed. Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.

[2] Basalamah, F., 2017. *Optimasi Distribusi Produk Semen Dengan Menggunakan Pemrograman Dinamis*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November.

[3] Dasalin, P. P., 2013. *Analisis Perencanaan dan Pengendalian Persediaan Barang Dagang Pada PT. Nippon Indosari Carpindo Cabang Banyuasin*. Palembang: Universitas Muhammadiyah.

[4] Kasse, I., 2015. Biaya Minimum Pada Perencanaan Produksi dan Pengendalian Persediaan UD. Haming Makassar dengan Program Dinamik. *Matematika dan Statistika Serta Aplikasinya*, Volume 3(2), pp. 25-33.

- [5] Mardikawati, L., Marliadi S., Mamika U. R., 2015. Pengoptimalan Total Biaya Pada Pengendalian Persediaan Bahan Baku Menggunakan Pemrograman Dinamik Deterministik (Studi Kasus: PT. Suara Nusa Niaga Nusantara). *Jurnal Prodi Matematika FMIPA Universitas Mataram*, pp. 1-11.
- [6] Maslihah, S., 2018. Program Dinamik Untuk Pendistribusian Kerupuk '9 Berlian' Wates. *Jurnal At-Taqqadum*, Volume 10(1), pp. 81-94.
- [7] Nurhidayati, F. U., 2010. *Penggunaan Program Dinamik Untuk Menentukan Total Biaya Minimum Pada Perencanaan Produksi dan Pengendalian Persediaan*. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- [8] Rahayu, M., 2019. *Penggunaan Program Dinamik dalam Meminimumkan Total Biaya Produksi*. Medan : Universitas Sumatera Utara.
- [9] Rangkuti, A., 2014. Penerapan Model Dinamik Probabilistik Pada Produksi Kendaraan Bermotor Dalam Negeri Tahun 2009-2013. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*, Volume 11(1), pp. 8-16.
- [10] Simanjuntak, R. G., 2013. Aplikasi Program Dinamik Untuk Mengoptimalkan Biaya Total Pada Pengendalian Produksi Minyak Sawit dan Inti Sawit. *santa Matematika*, Volume 1(5), pp. 419-433.
- [11] Subagyo P, M. A. T. H., 2018. *Dasar-Dasar Operations Research*. Edisi-2 ed. Yogyakarta: PT. BPFE.