

PENGOPTIMALAN PELAYANAN TERHADAP PASIEN MENGGUNAKAN SISTEM ANTRIAN PADA LOKET PENDAFTARAN DI RUMAH SAKIT

OPTIMIZING SERVICES TO PATIENTS USING THE QUEUE SYSTEM AT THE REGISTRATION OFFICE IN THE HOSPITAL

MILIRA LAHAGU¹, RANI FARIDA SINAGA², DEBORA EXAUDI SIRAIT³

^{1,2,3}Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas HKBP Nommensen Pematangsiantar
Email: miliralahagu@gmail.com¹, rani.sinaga@uhnp.ac.id², debora.sirait@uhnp.ac.id³

Abstrak

Antrian merupakan suatu peristiwa yang sering kita temui dalam kehidupan sehari-hari karena setiap orang yang ingin mendapatkan jasa pelayanan diharuskan untuk menunggu. Apabila dilihat secara sepintas, ada banyak pasien di rumah sakit yang sedang menunggu untuk dilayani terutama pada bagian loket pendaftaran pada kondisi ramai atau pada jam sibuk. Oleh karena itu, dilakukan penelitian secara matematis untuk menganalisis sistem antrian yang ada pada loket pendaftaran pasien rawat jalan untuk mengetahui tingkat optimal sistem pelayanan dan jumlah fasilitas pelayanan yang optimal atau ideal pada kondisi ramai dan pada kondisi tidak ramai. Pengoptimalan merupakan salah satu disiplin ilmu matematika yang fokus untuk mendapatkan nilai terbaik yaitu nilai minimum atau maksimum secara sistematis dari suatu fungsi, peluang maupun pencarian nilai lainnya dalam berbagai kasus. Model sistem antrian yang digunakan pada penelitian ini adalah model antrian *multiple channel single phase (M/M/c):(FCFS/∞/∞)*. Berdasarkan hasil perhitungan ukuran kinerja sistem antrian, sistem pelayanan pada loket pendaftaran pasien rawat jalan akan optimal dan memenuhi syarat *steady state* (kondisi tetap) sistem pelayanan apabila menggunakan 3 loket fasilitas pelayanan pada kondisi ramai atau pada jam sibuk yaitu pada pukul 09.00-12.00 WIB dan 2 fasilitas pelayanan pada kondisi tidak ramai yaitu pada pukul 12.00-13.00 WIB.

Kata Kunci : *Sistem Antrian, Antrian, Rumah Sakit, Matematika, Multiple Channel Single Phase*

Abstract

Queue is an event that we often encounter in everyday life because everyone who wants to get services is required to wait. When viewed at a glance, there are many patients at the hospital who are waiting to be served, especially at the registration counter in crowded conditions or during peak hours. Therefore, a mathematical research was carried out to analyze the existing queuing system at the outpatient registration counter to determine the optimal level of the service system and the optimal or ideal number of service facilities in crowded and not crowded conditions. Optimization is one of the disciplines of mathematics that focuses on getting the best value, namely the minimum or maximum value systematically from a function, opportunity or finding other values in various cases. The queuing system model used in this study is a multiple channel single phase (M/M/c):(FCFS/∞/∞) queuing model. Based on the results of the calculation of the performance measure of the queuing system, the service system at the outpatient registration counter will be optimal and meet the steady state requirements (fixed condition) for the service system when using 3 service facility counters in crowded conditions or at peak hours, namely at 09.00-12.00 WIB and 2 service facilities in not crowded conditions, namely at 12.00-13.00 WIB.

Key Words : *Queue System, Queue, Hospital, Mathematics, Multiple Channel Single Phase*

Pendahuluan

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering melihat banyak orang menunggu disuatu tempat misalnya di fasilitas umum pelayanan rumah sakit. Fenomena menunggu tersebut sering disebut dengan mengantri atau antrian. Antrian adalah orang-orang atau barang dalam sebuah barisan yang sedang menunggu untuk dilayani^[4]. Setiap orang tentunya pernah mengalami kejadian ini dalam hidupnya. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa antrian sudah menjadi bagian dari kehidupan setiap orang.

Antrian terjadi karena terdapat banyak pelanggan yang ingin dilayani sedangkan jumlah pelayan yang tersedia sangat terbatas^[6]. Antrian ini juga merupakan hasil langsung dari keacakan dalam pengoperasian fasilitas pelayanan secara umum, kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan yang tidak diketahui sebelumnya, karena jika diketahui maka pengoperasian fasilitas pelayanan tersebut dapat dijadwalkan sedemikian hingga akan memberikan pelayanan yang maksimal dan efisien.

Proses dari mulai menunggu atau mengantri untuk mendapatkan pelayanan, kemudian mendapatkan pelayanan dan jika telah mendapatkan pelayanan maka pelanggan meninggalkan tempat atau lokasi penyediaan jasa tersebut, disebut dengan sistem antrian. Sistem antrian merupakan himpunan pelanggan yang mengantri, himpunan pelayanan dan proses pelayanan serta semua aturan yang mengatur mulai dari saat kedatangan pelanggan sampai pelanggan mendapatkan pelayanan^[8].

Salah satu tempat fasilitas umum yang sering terjadi antrian adalah rumah sakit, seperti antrian pada loket pendaftaran pasien rawat jalan di rumah sakit. Loket pendaftaran pasien rawat jalan merupakan unit fungsional yang menangani penerimaan pasien yang berobat rawat jalan di rumah sakit. Apabila dilihat secara sepintas, ada banyak pasien di rumah sakit yang menunggu untuk dilayani terutama di bagian loket pendaftaran pasien rawat jalan pada kondisi ramai atau pada jam sibuk. Pertanyaan yang muncul adalah apakah permasalahan tersebut disebabkan oleh daya tampung (kapasitas) yang terlampaui atau disebabkan oleh kurangnya jumlah pelayanan atau kurang efektif dan kurang optimalnya sistem pelayanan di rumah sakit tersebut. Hal ini perlu diselidiki dan diteliti karena tidak bisa dibuat kesimpulan berdasarkan penglihatan semata.

Pengoptimalan atau optimasi merupakan suatu proses penyelesaian suatu masalah sehingga dapat menemukan kondisi terbaik yang dapat memberikan nilai maksimum atau minimum^[7]. Pengoptimalan pelayanan artinya proses mengoptimalkan suatu sistem layanan yang sudah ada atau membuat dan merancang suatu sistem sehingga dapat memberikan kondisi terbaik untuk fasilitas pelayanan dan bagi pengguna fasilitas pelayanan.

Salah satu bentuk pengoptimalan atau optimasi pelayanan yang dapat dilakukan yaitu mengurangi atau mencegah terjadinya antrian yang panjang pada sistem antrian rumah sakit dengan menambah jumlah fasilitas pelayanan sehingga pasien akan merasa lebih nyaman. Namun, ada saat dimana jumlah fasilitas pelayanan terlalu banyak dan kinerja dari sistem antrian terlalu longgar sehingga perlu adanya pengurangan jumlah fasilitas pelayanan tersebut. Oleh karena itu, diperlukan suatu metode yang akan menganalisis banyaknya pelayan yang optimal dan ideal pada kondisi ramai atau pada jam sibuk dan pada kondisi tidak ramai.

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk memperbaiki fasilitas pelayanan adalah dengan menggunakan metode analisa teori antrian. Teori antrian merupakan teori yang berkaitan dengan matematis dan antrian atau baris-baris penunggu^[9]. Analisa teori antrian digunakan untuk menentukan tingkat optimal sistem pelayanan dan jumlah fasilitas pelayanan yang optimal atau ideal digunakan pada saat melayani pasien.

Berdasarkan uraian di atas, maka penulis menganggap bahwa masalah yang ada pada sistem pelayanan di loket pendaftaran pasien rawat jalan cukup menarik untuk diteliti. Adapun judul penelitian ini adalah "Pengoptimalan Pelayanan Terhadap Pasien Menggunakan Sistem Antrian pada Loket Pendaftaran di Rumah Sakit."

Metode Penelitian

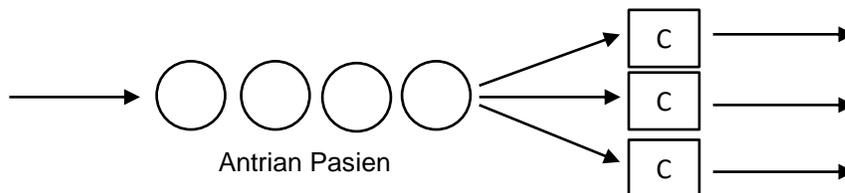
Jenis penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah penelitian kuantitatif dengan metode penelitian deskriptif. Metode penelitian deskriptif merupakan penelitian yang bertujuan untuk menjelaskan dan mendeskripsikan kejadian yang menjadi objek penelitian untuk memecahkan masalah yang muncul agar sistem pelayanan menjadi optimal.

1. Analisis yang Digunakan

Model sistem antrian terbagi menjadi empat struktur dasar menurut sifat-sifat fasilitas pelayanan^[5] yaitu:

- a. Satu Saluran Satu Tahap (*Single Channel - Single Phase*)
- b. Banyak Saluran Satu Tahap (*Multiple Channel - Single Phase*)
- c. Satu Saluran Banyak Tahap (*Single Channel - Multiple Phase*)
- d. Banyak Saluran Banyak Tahap (*Multiple Channel - Multiple Phase*)

Analisis yang digunakan penulis pada penelitian ini adalah metode pengumpulan data dengan menggunakan metode perhitungan model antrian *Multiple Channel Single Phase*



Gambar 1. Model Antrian *Multiple Channel Single Phase*

2. Tahap Pengolahan Data

- a. Melakukan pengujian kesesuaian distribusi menggunakan uji *Kolmogrov-Smirnov* untuk distribusi kedatangan dan distribusi pelayanan. Uji ini menentukan apakah distribusi pengamatan memiliki perbedaan besar dengan distribusi yang diharapkan^[9].
- b. Menghitung ukuran *steady state* (kondisi tetap) sistem pelayanan berdasarkan data yang diperoleh

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$$

- c. Menentukan ukuran kinerja sistem antrian

Persamaan-persamaan antrian model *multiple channel single phase* atau pelayanan ganda dengan populasi tidak terbatas (*M/M/c*):(*FCFS*/ ∞/∞)^[1] adalah:

- 1) Probabilitas tidak ada pasien dalam sistem

$$P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right] + \left(\frac{1}{c!} \right) \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^c \left(\frac{c \cdot \mu}{c \cdot \mu - \lambda} \right)}$$

- 2) Tingkat kegunaan fasilitas pelayanan

$$\rho = \frac{\lambda}{c \cdot \mu}$$

- 3) Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem

$$L_s = \frac{\lambda \mu \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^c}{(c-1)! (c \cdot \mu - \lambda)^2} \rho_0 + \frac{\lambda}{\mu}$$

- 4) Rata-rata jumlah pelanggan yang menunggu dalam antrian

$$L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu}$$

- 5) Rata-rata waktu menunggu pelanggan dalam sistem

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda}$$

- 6) Rata-rata waktu menunggu pelanggan dalam antrian

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

- d. Pengambilan kesimpulan tentang sistem pelayanan yang optimal pada loket pendaftaran pasien rawat jalan.

Hasil Penelitian dan Pembahasan

Hasil Penelitian

Disiplin antrian atau aturan pelayanan yang digunakan pada penelitian ini adalah *first come first served* (FCFS) artinya pasien yang lebih dahulu datang akan dilayani lebih dahulu. Model sistem antrian yang digunakan adalah model antrian pelayanan ganda dengan populasi tidak terbatas atau model antrian *multiple channel single phase* (*M/M/c*):(*FCFS*/ ∞/∞). Model sistem antrian *multiple channel single phase* merupakan model antrian dimana terdapat satu tahapan atau satu fase pelayanan dengan dua atau lebih fasilitas pelayanan.

Dalam sistem antrian terdapat situasi yang dikenal sebagai periode sibuk (*busy period*), dimana tingkat kedatangan pelanggan atau pasien pada jam tertentu mengalami kenaikan lebih tinggi dibandingkan waktu-waktu lainnya pada hari tersebut. Data observasi di loket ini menunjukkan memang terjadi peningkatan jumlah pasien yang datang ke loket pendaftaran pasien rawat jalan pada kondisi ramai atau pada jam-jam sibuk tertentu. Akibatnya, waktu tunggu pasien lebih lama dalam antrian dan sistem pelayanan menjadi kurang optimal.

Oleh karena itu, diperlukan suatu metode yang akan menganalisis banyaknya pelayan dan jumlah fasilitas pelayanan yang optimal atau ideal pada kondisi ramai (jam sibuk) dan pada kondisi tidak ramai atau pada jam tidak sibuk agar mengurangi antrian pasien dan mengurangi waktu menunggu pasien dalam antrian.

1. Tingkat Kedatangan Pasien

Rata-rata tingkat kedatangan pasien per jam (λ) dapat dicari dengan cara^[2] :

$$\lambda = \frac{\text{Banyaknya pasien jam tertentu selama 22 hari}}{\text{Banyaknya hari tersebut selama 22 hari}}$$

Berikut ini adalah data rata-rata tingkat kedatangan pasien:

Tabel 1. Rata-rata Tingkat Kedatangan Pasien

Periode Waktu (Jam)	Rata-rata Kedatangan Pasien/Jam
09.00 - 10.00	33
10.00 - 11.00	37
11.00 - 12.00	32
12.00 - 13.00	23
Jumlah	125

2. Tingkat Pelayanan Pasien

Tingkat pelayanan (μ) per jamnya di loket pendaftaran pasien rawat jalan dapat dihitung sebagai berikut:

$$\mu = \frac{\text{Jumlah kedatangan pasien}}{\text{total jam kerja}} = \frac{125}{4} = 31,25 \approx 31.$$

Jadi, tingkat pelayanan pasien per jam (μ) yaitu 31 pasien/jam.

Tabel 2. Rata-rata Tingkat Pelayanan Pasien

Periode Waktu (Jam)	Rata-rata Tingkat Pelayanan Pasien/Jam	Total Jam Kerja
09.00 - 10.00	31 Pasien/Jam	4 Jam
10.00 - 11.00		
11.00 - 12.00		
12.00 – 13.00		

3. Uji Kecocokan Distribusi

Sebelum menggunakan data di atas dalam simulasi analisis teori antrian untuk menghitung indikator kinerja sistem antrian, perlu diperhatikan beberapa hal. Hal pertama yang harus diperhatikan adalah saat pengujian, distribusi tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan pasien harus sesuai dengan distribusi yang diharapkan atau diharapkan (distribusi teoritis). dimana distribusi yang diharapkan adalah distribusi poisson.

Oleh karena itu, uji *Kolmogrov-Smirnov* satu sampel digunakan untuk menguji validitas distribusi yang diharapkan dan diamati dari semua data tentang tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan pasien. Berdasarkan uji kesesuaian distribusi tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan pasien menggunakan *Kolmogrov-Smirnov One Sample Test*, dapat disimpulkan bahwa rata-rata tingkat kedatangan dan pelayanan pasien di loket pendaftaran pasien rawat jalan mengikuti distribusi poisson.

4. Ukuran *Steady State* Sistem Antrian

Setelah melakukan uji kecocokkan distribusi tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan pasien dengan menggunakan uji *One Sample Kolmogrov–Smirnov* dan hasilnya sesuai dengan distribusi yang diharapkan (distribusi teoritis), maka hal kedua yang harus diperhatikan untuk menggunakan rumusan teori antrian adalah sistem antrian yang ada harus dalam kondisi tetap (*steady state*).

Ukuran probabilitas *steady-state* (kondisi tetap) sistem antrian di loket pendaftaran pasien rawat jalan dengan menggunakan dua atau tiga loket fasilitas pelayanan terdapat pada tabel berikut:

Tabel 3. Ukuran Probabilitas *Steady-State*

Periode Waktu (Jam)	Tingkat Kedatangan (λ)	Tingkat Pelayanan (μ)	ρ untuk 2 loket ($c = 2$)	ρ untuk 3 loket ($c = 3$)
09.00 – 10.00	33	31	$\rho = \frac{33}{2.31} < 1$ $\rho = 0,53 < 1$	$\rho = \frac{33}{3.31} < 1$ $\rho = 0,35 < 1$
10.00 – 11.00	37	31	$\rho = \frac{37}{2.31} < 1$ $\rho = 0,59 < 1$	$\rho = \frac{37}{3.31} < 1$ $\rho = 0,39 < 1$
11.00 – 12.00	32	31	$\rho = \frac{32}{2.31} < 1$ $\rho = 0,51 < 1$	$\rho = \frac{32}{3.31} < 1$ $\rho = 0,34 < 1$
12.00 – 13.00	23	31	$\rho = \frac{23}{2.31} < 1$ $\rho = 0,37 < 1$	$\rho = \frac{23}{3.31} < 1$ $\rho = 0,24 < 1$

Pembahasan

Hasil Analisis Sistem Antrian dengan Model *Multiple Channel Single Phase* atau $(M/M/c):(FCFS/\infty/\infty)$

Dari hasil pengamatan dan pengolahan data sebelumnya maka diperoleh kriteria keadaan sistem antrian yang ada di loket pendaftaran pasien rawat jalan yaitu tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan pasien mengikuti distribusi poisson, pelayanan yang diberikan adalah pasien yang pertama datang akan dilayani terlebih dahulu dan sumber kedatangan pasien tidak terbatas.

Berdasarkan kriteria-kriteria yang telah disebutkan di atas, maka sistem antrian yang ada di loket pendaftaran pasien rawat jalan dapat dikategorikan sebagai model antrian *multiple channel single phase* atau model antrian pelayanan ganda dengan populasi tidak terbatas $(M/M/c):(FCFS/\infty/\infty)$.

Untuk mengetahui tingkat optimal sistem pelayanan di loket pendaftaran pasien rawat jalan, maka ukuran kinerja sistem antrian *multiple channel single phase* $(M/M/c):(FCFS/\infty/\infty)$ dengan menggunakan dua atau tiga loket fasilitas pelayanan perlu dihitung karena dengan menghitung ukuran kinerja sistem antrian, maka dapat diketahui jumlah fasilitas pelayanan yang optimal atau ideal pada kondisi ramai (jam sibuk) dan pada kondisi tidak ramai atau bukan jam sibuk.

Tabel 4. Hasil Kinerja Sistem Antrian Apabila Menggunakan Dua Loket Pelayanan

Periode Waktu	Kinerja Sistem Antrian					
	P_0	ρ	L_s	L_q	W_s	W_q
09.00-10.00	0,31	0,53	1,49	0,42	0,045	0,0127
10.00-11.00	0,25	0,6	1,85	0,66	0,05	0,0178
11.00-12.00	0,32	0,52	1,41	0,37	0,044	0,0115
12.00-13.00	0,46	0,37	0,86	0,12	0,037	0,0052

Tabel 5. Hasil Kinerja Sistem Antrian Apabila Menggunakan Tiga Loket Pelayanan

Periode Waktu	Kinerja Sistem Antrian					
	P_0	ρ	L_s	L_q	W_s	W_q
09.00-10.00	0,34	0,35	1,12	0,06	0,0339	0,0018
10.00-11.00	0,3	0,4	1,29	0,09	0,0348	0,00243
11.00-12.00	0,35	0,34	1,08	0,05	0,0337	0,0015
12.00-13.00	0,47	0,25	0,76	0,01	0,033	0,00043

Berdasarkan hasil perhitungan sistem antrian dengan menggunakan dua dan tiga loket fasilitas pelayanan, maka untuk mengetahui tingkat optimal sistem pelayanan dibuat perbandingan hasil kinerja sistem antrian. Adapun perbandingan hasil kinerja sistem antrian terdapat pada tabel berikut:

Tabel 6. Perbandingan Hasil Kinerja Sistem Antrian Apabila Menggunakan Dua dan Tiga Loket Pelayanan

Periode Waktu	Kinerja Sistem Antrian 2 Loket						Kinerja Sistem Antrian 3 Loket					
	P_0	ρ	L_s	L_q	W_s	W_q	P_0	ρ	L_s	L_q	W_s	W_q
09.00-10.00	0,31	0,53	1,49	0,42	0,045	0,0127	0,34	0,35	1,12	0,06	0,0339	0,0018
10.00-11.00	0,25	0,6	1,85	0,66	0,05	0,0178	0,3	0,4	1,29	0,09	0,0348	0,00243
11.00-12.00	0,32	0,52	1,41	0,37	0,044	0,0115	0,35	0,34	1,08	0,05	0,0337	0,0015
12.00-13.00	0,46	0,37	0,86	0,12	0,037	0,0052	0,47	0,25	0,76	0,01	0,033	0,00043

Dari hasil analisis model antrian berganda ($M/M/c$) pada tabel 6, terlihat bahwa adanya perbedaan menggunakan 2 atau 3 loket pelayanan. Dengan menggunakan 3 loket pelayanan maka terjadi pengurangan jumlah rata-rata pasien yang menunggu dalam antrian dan pengurangan banyaknya rata-rata waktu yang dibutuhkan pasien dalam antrian pada kondisi ramai atau pada jam sibuk yaitu pada pukul 10.00-11.00 WIB dimana dengan menggunakan 2 loket rata-rata waktu menunggu pasien dalam antrian adalah sebanyak 0,0178 jam atau 1,07 menit berkurang menjadi 0,00243 jam atau 0,15 menit jika menggunakan 3 loket. Pernyataan tersebut diperkuat dengan naiknya probabilitas tidak ada pasien dalam sistem (tingkat menganggur server).

Oleh karena itu, dalam mengatur sistem pelayanan yang ada pada loket pendaftaran pasien rawat jalan perlu mempertimbangkan tingkat kedatangan pasien, tingkat kegunaan fasilitas pelayanan berupa loket pelayanan atau server dan tingkat antrian pasien yang terjadi setiap harinya agar sistem pelayanan menjadi optimal dan efisien.

Berdasarkan hasil perhitungan analisis model antrian *multiple channel single phase* ($M/M/c$):($FCFS/\infty/\infty$) atau model antrian berganda dengan dua dan tiga loket pelayanan, maka di dapat kesimpulan bahwa dengan menggunakan 2 loket sebenarnya sudah cukup baik pada kondisi tidak ramai atau pada jam tidak sibuk seperti pada pukul 12.00-13.00. Akan tetapi, dalam kondisi tertentu seperti pada kondisi ramai atau pada jam sibuk seperti pada pukul 09.00-12.00 sistem pelayanan akan efektif dan optimal jika menggunakan 3 loket karena dapat mengurangi antrian pasien dan mengurangi waktu menunggu pasien dalam antrian sehingga kinerja sistem pelayanan menjadi lancar dan efisien.

Kesimpulan

Adapun kesimpulan dari hasil penelitian ini adalah:

1. Sistem pelayanan pada loket pendaftaran pasien rawat jalan dengan menggunakan model sistem antrian *multiple channel single phase* ($M/M/c$):($FCFS/\infty/\infty$) masih belum optimal apabila menggunakan dua loket fasilitas pelayanan karena masih terdapat pasien yang menunggu dalam antrian dan sistem pelayanan akan optimal apabila menggunakan tiga loket fasilitas pelayanan karena mengurangi banyaknya jumlah pasien yang menunggu dalam antrian dan memenuhi syarat *steady state* (kondisi tetap) sistem pelayanan.
2. Jumlah fasilitas pelayanan yang optimal atau ideal pada bagian loket pendaftaran pasien rawat jalan pada kondisi ramai atau pada jam sibuk yaitu tiga fasilitas pelayanan pada pukul 09.00-12.00 WIB dan dua fasilitas pelayanan pada kondisi tidak ramai yaitu pada pukul 12.00-13.00 WIB.

Daftar Pustaka

- [1] Aminudin A. 2005. *Prinsip-prinsip Riset Operasi*. Jakarta: Erlangga.
- [2] Ferianto EJ. 2016. *Optimasi Pelayanan Antrian Multi Channel (M/M/c) Pada Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) Sagan Yogyakarta*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.
- [3] Hardiyani R. 2013. *Analisis Penerapan Teori Antrian Pada Sistem Pembayaran Supermarket di Golden Market Jember*. Jember: Universitas Jember.
- [4] Heizer J, Rander B. 2005. *Manajemen Operasi Buku 2 Edisi Kesembilan*. Jakarta: Salemba Empat.
- [5] Kakiay TJ. 2004. *Dasar Teori Antrian untuk Kehidupan Nyata*. Yogyakarta: Andi.
- [6] Nurhayati R, Rochmad R, Kartono K. 2014. Analisis Proses Antrian Multiple Channel Single Phase di Loker Administrasi dan Rawat Jalan RSUD Dr. Kariadi Semarang. *Unnes Journal of Mathematics*, Volume 3(1), pp. 1-6.
- [7] Sagita DA, Sari E. 2018. Optimasi Produksi Air Mineral Kemasan Menggunakan Pemrograman Nonlinear dengan Mengaplikasikan Algoritma Branch and Bound pada PT. Mitra Tirta Buwana. *Jurnal Matematika-S1*, Volume 7(2), pp. 87-96.
- [8] Sari NP, Sugito, Warsito B. 2016. Penerapan Teori Antrian pada Pelayanan Teller Bank X Kantor Cabang Pembantu Putri Sentra Niaga. *Jurnal Gaussian*, Volume 6(1), pp. 81-90.
- [9] Sulyanto. 2014. *Statistika Non Parametrik*. Yogyakarta: Andi Offset.