

OPTIMISASI PROGRAM LINEAR PADA PERMASALAHAN MULTIKRITERIA MENGUNAKAN METODE ϵ -CONSTRAINT

OPTIMIZATION OF LINEAR PROGRAMS IN MULTICRITERIA PROBLEMS USING ϵ -CONSTRAINT METHOD

SWITAMY ANGNITHA PURBA¹, TRISNO AFANDI², DINDA RIZKA FADHILLAH³, SRY WAHYUNI⁴,
RIA JANUARTI⁵

¹²³⁴⁵Program Studi Teknik Kimia, Politeknik Teknologi Kimia Industri
Jalan Medan Tenggara VII, Medan

email: ¹switamy@kemenperin.go.id, ²trisnoafandi@kemenperin.go.id, ³dindarizka@kemenperin.go.id,

⁴sry.wahyuni@kemenperin.go.id, ⁵ria.januarti@kemenperin.go.id

Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah menyelesaikan permasalahan multikriteria menggunakan metode ϵ -constraint sebagai formulasi matematika dengan bantuan excel solver. Masalah optimisasi multikriteria merupakan masalah optimisasi yang memiliki lebih dari satu fungsi tujuan. Suatu masalah optimisasi multikriteria dapat dikatakan sebagai *multiple criteria decision making* (MCDM) jika terdapat lebih dari satu hal yang harus diperhatikan dalam model sebagai tujuan atau kriteria. Umumnya, metode pembobotan dan metode ϵ -constraint adalah yang paling banyak digunakan. Metode pembobotan mengubah sekumpulan opsi menjadi opsi dengan mengalikan setiap opsi dengan menggunakan bobot inventaris. Di sisi lain, metode ϵ -constraint hanya menyimpan salah satu tujuan yang ada dan membatasi tujuan dengan sejumlah nilai tertentu untuk mendapatkan batas yang efisien.

Kata kunci: ϵ -Constraint, Program Linier, Multikriteria

Abstract

The purpose of this study is to solve multi-criteria problems using the ϵ -constraint method with the help of an excel solver. The multi-criteria optimization problem is an optimization problem that has more than one objective function. A multi-criteria optimization problem can be said to be a multiple criteria decision making (MCDM) if there is more than one thing that must be considered in the model as a goal or criterion. In general, the weighting method and the ϵ -constraint method are the most widely used. The weighting method converts a set of options into options by multiplying each option by the inventory weight. On the other hand, the ϵ -constraint method only saves one of the existing goals and limits the goals with a certain number of values to get an efficient limit.

Key Words: ϵ Constraint, Linear Program, Muticriteria

Pendahuluan

Permasalahan optimasi multikriteria merupakan permasalahan yang memiliki lebih dari satu fungsi objektif. Pada pengoptimasian masalah multikriteria ada yang disebut *multiple criteria decision making* (MCDM) yaitu terdapat satu hal atau lebih yang diperhatikan dalam model sebagai tujuan atau kriterianya. MCDM dikelompokkan menjadi dua yaitu *Multiple Attribute Decision Making* (MADM) dan *Multiple Objective Decision Making* (MODM) berdasarkan tujuan dan jenis data. Pada tahap pengevaluasian digunakan MADM yang selalu dihubungkan dengan nilai dari alternatif yang telah ditetapkan sebelumnya. Sedangkan MODM cocok untuk tujuan dan perencanaan tahapan untuk mencapai tujuan yang optimal dengan mempertimbangkan berbagai kendala yang diberikan. Program linear multiobjektive adalah sebuah permasalahan yang mengoptimalkan fungsi linear objektif secara simultan pada kendala linear yang diberikan[1].

Permasalahan optimasi program linear multi objektif dan efektivitas penyelesaiannya dengan 3 metode (metode pembobotan, metode Minimax terboboti dan pemrograman tujuan yang diimplementasikan pada masalah perencanaan produksi barang[2]. Sebuah penelitian menyebutkan bahwa membentuk sebuah model yang baru yakni model program linear multi objektif De Novo. Model ini merupakan perluasan dari model program linear yang menyertakan kendala budget sehingga diharapkan tidak ada kendala yang tersisa[3].

Dasar dari metode kendala ϵ adalah mengubah hamper seluruh fungsi tujuannya menjadi kendala dan hanya menyisakan satu fungsi objektif saja. Sedangkan fungsi tujuan lainnya diubah menjadi kendala. Fungsi tujuan yang akan diubah menjadi kendala pertama sekali dicari solusi optimalnya. Setelah dikalikan dengan parameter ϵ akan menjadi kendala baru. Setelah itu, diperoleh optimasi fungsi objektif $f_i(x)$ dengan menambahkan kendala-kendala baru tersebut. Fungsi tujuan tersebut dicari solusi optimalnya dengan mencoba beberapa nilai ϵ berbeda[4].

Pada penelitian ini akan diselesaikan optimisasi permasalahan multikriteria yang terdapat di sebuah rumah sakit dengan menggunakan metode ϵ *Constraint* dan dengan bantuan excel solver. Rumah sakit ini ingin memaksimalkan keuntungan dan juga memaksimalkan tingkat kepuasan. Program linear menjadi solusi yang dilakukan oleh rumah sakit.

Metode Penelitian

Adapun langkah-langkah penulisan yang berkaitan dengan tujuan penulisan ini adalah sebagai berikut:

1. Membuat formulasi matematika permasalahan Multikriteria
2. Memisalkan fungsi objektifnya adalah $f_1(x)$ dan yang lainnya menjadi kendala.
3. Fungsi objektif yang diubah menjadi kendala kemudian dicari solusi optimalnya dengan dikalikan parameter ϵ sehingga menjadi kendala baru.
4. Mengoptimasikan fungsi objektif $f_1(x)$ dengan menambahkan kendala-kendala baru. Fungsi objektif $f_1(x)$ dicari solusi optimalnya dengan mencoba nilai ϵ berbeda agar didapatkan nilai $f_1^*(x)$ dan x .
5. Membuat kurva *trade-off* nilai $f_1^*(x)$ dan $f_i^*(x)$ yang baru.

Hasil Penelitian dan Pembahasan

Hasil Penelitian

Sebuah rumah sakit memiliki 3 kelas pelayanan yaitu utama, standart dan ekonomi. Untuk kelas utama membutuhkan 20 dokter dan 20 perawat. Kelas standart membutuhkan 10 dokter dan 30 perawat. Kelas ekonomi membutuhkan 10 dokter dan 20 perawat. Banyaknya dokter yang tersedia adalah 100 orang dan perawat sebanyak 150 orang. Keuntungan untuk kelas utama sebesar Rp.30.000.000, kelas standart sebesar Rp. 27.000.000, dan kelas ekonomi sebesar Rp. 20.000.000. Rumah sakit tersebut mendapatkan tingkat kepuasan 10 untuk kelas utama, 8 untuk kelas standart, dan 5 untuk kelas ekonomi. Rumah sakit ini ingin memaksimalkan keuntungan dan juga memaksimalkan tingkat kepuasan. Solusi apa yang sebaiknya dilakukan oleh rumah sakit tersebut.

Dari permasalahan diatas dibuatlah formulasi matematikanya sebagai berikut:

Fungsi tujuan

$$\text{Maks } z_1 = 30x_1 + 27x_2 + 20x_3$$

$$\text{Maks } z_2 = 10x_1 + 8x_2 + 5x_3$$

$$\text{Dengan kendala } 20x_1 + 10x_2 + 10x_3 \leq 100$$

$$20x_1 + 30x_2 + 20x_3 \leq 150$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Pembahasan

- z_1 sebagai fungsi tujuan dan z_2 sebagai fungsi kendala

Model diatas akan diselesaikan dengan menggunakan metode kendala- ϵ . Misalkan fungsi objektif 1 ditetapkan sebagai fungsi objektif, maka fungsi objektif 2 diubah menjadi kendala. Tahapan pengoptimuman model, yaitu :

Langkah 1

$$\text{Max } z_2 = 10x_1 + 8x_2 + 5x_3$$

$$\text{Dengan kendala } 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 15$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Solusi optimum yang diperoleh dari langkah 1 adalah $z_2 = 56$, $x_1 = 3$, $x_2 = 2$ dan $x_3 = 2$.

Langkah 2

$$\text{Max } z_1 = 30x_1 + 27x_2 + 20x_3$$

$$\text{Dengankendala } x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10$$

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 15$$

$$10x_1 + 8x_2 + 5x_3 \geq \epsilon \cdot z_2$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ dan } x_1, x_2, x_3 \text{ integer}$$

- Solusi optimum yang diperoleh jika $\epsilon = 0,1$ adalah $x_1 = 4$, $x_2 = 2$ dan $x_3 = 0$.
- Solusi optimum yang diperoleh jika $\epsilon = 0,4$ adalah $x_1 = 3$, $x_2 = 2$ dan $x_3 = 2$.
- Solusi optimum yang diperoleh $\epsilon=0,7$ adalah $x_1 = 3$, $x_2 = 2$ dan $x_3 = 2$.
- Solusi optimum yang diperoleh $\epsilon=0,95$ adalah $x_1 = 3$, $x_2 = 2$ dan $x_3 = 2$.

- **Tabel 1.** Hasil optimal dengan z_1 (fungsi tujuan) dan z_2 (fungsi kendala)

ϵ	x_1	x_2	x_3	$z_1=30x_1 + 27x_2 + 20x_3$	$z_2 = 10x_1 + 8x_2 + 5x_3$
0,1	4	2	0	174	56
0,4	3	2	2	184	56
0,7	3	2	2	184	56
0,95	3	2	2	184	56

Dari table diatas dapat kita lihat bahwa hasil yang optimum dari persoalan diatas adalah $x_1 = 3$, $x_2 = 2$ dan $x_3 = 2$. Dimana rumah sakit tersebut lebih baik membuat kelas utama sebanyak 3, kelas standart sebanyak 2 dan kelas ekonomi sebanyak 2 dengan keuntungan sebesar $30.000.000 (3) + 27.000.000 (2) + 20.000.000 (2) = \text{Rp. } 184.000.000,00$ dengan tingkat kepuasan sebesar $10 (3) + 8 (3) + 5 (2) = 56$.

- z_2 sebagai fungsi tujuan dan z_1 sebagai fungsi kendala

Model diatas akan diselesaikan dengan menggunakan metode kendala - ϵ . Misalkan fungsi objektif 2 ditetapkan sebagai fungsi objektif, maka fungsi objektif 1 diubah menjadi kendala. Tahapan pengoptimuman model, yaitu:

Langkah 1

$$\text{Max } z_1 = 30x_1 + 27x_2 + 20x_3$$

$$\text{Dengan kendala } 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 15$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Solusi optimum yang diperoleh dari langkah 1 adalah $z_1 = 214$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$ dan $x_3 = 8$

Langkah 2

$$\text{Max } z_2 = 10x_1 + 8x_2 + 5x_3$$

$$\text{Dengan kendala } x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10$$

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 15,$$

$$30x_1 + 27x_2 + 20x_3 \geq \varepsilon \cdot z_1$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ dan } x_1, x_2, x_3 \text{ integer}$$

- Solusi optimum yang diperoleh jika $\varepsilon = 0,1$ adalah $x_1 = 3$, $x_2 = 2$ dan $x_3 = 2$.
- Solusi optimum yang diperoleh jika $\varepsilon = 0,4$ adalah $x_1 = 3$, $x_2 = 2$ dan $x_3 = 2$.
- Solusi optimum yang diperoleh $\varepsilon = 0,7$ adalah $x_1 = 3$, $x_2 = 2$ dan $x_3 = 2$.
- Solusi optimum yang diperoleh $\varepsilon=0,95$ adalah $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ dan $x_3 = 6$.

Tabel 2. Hasil optimal dengan z_2 (fungsi tujuan) dan z_1 (fungsi kendala)

ε	x_1	x_2	x_3	$z_1=30x_1 + 27x_2 + 20x_3$	$z_2 = 10x_1 + 8x_2 + 5x_3$
0,1	3	2	2	184	56
0,4	3	2	2	184	56
0,7	3	2	2	184	56
0,95	1	2	6	204	56

Dari tabel diatas dapat kita lihat bahwa hasil yang optimum dari persoalan diatas adalah $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ dan $x_3 = 6$. Dimana rumah sakit tersebut lebih baik membuat kelas utama sebanyak 1, kelas standart sebanyak 2 dan kelas ekonomi sebanyak 6 dengan keuntungan sebesar 30.000.000 (1) + 27.000.000 (2) + 20.000.000 (6) = Rp. 204.000.000 dan tingkat kepuasan sebesar 5 (1) + 10 (2) + 8(6) = 56. Sehingga, dengan dapat diperoleh hasil optimal dengan z_2 sebagai fungsi tujuan dan z_1 sebagai fungsi kendala. Pihak rumah sakit lebih baik menyediakan sebanyak kelas utama sebanyak 1, kelas standart sebanyak 2 dan kelas ekonomi sebanyak 6 dengan keuntungan sebesar 30.000.000 (1) + 27.000.000 (2) + 20.000.000 (6) = Rp. 204.000.000 dan tingkat kepuasan sebesar 5 (1) + 10 (2) + 8(6) = 56.

Kesimpulan

Terdapat banyak metode untuk menyelesaikan permasalahan program linear pada Multikriteria. Pada penelitian ini penyelesaian permasalahan program linear tersebut menggunakan metode ε -Constraint dengan bantuan excel solver. Dengan menggunakan metode tersebut dianggap sudah mendapatkan hasil yang optimal. Diharapkan penelitian mengenai multikriteria dapat terus dilakukan dengan menggunakan metode yang berbeda dan dengan bantuan software lainnya.

Daftar Pustaka

- [1] Hwang, C.L. and Yoon, K. (2005). Multiple Attribute Decision Making.Springer New York.
- [2] Abinuddin, E. (2007). Optimisasi Pemrograman Linear Multi Objektif pada Masalah Produksi. Sigma-Mu, 1(2).
- [3] Lestari, D. (2014). Optimisasi Perencanaan Produksi Model Program Linear Multi Objektif De Novo dengan Pendekatan Goal Programming.Prosiding Konferensi Nasional Matematika XVII. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

- [4] Mauro, Falasca, Zobel CW, Fetter GM. (2009). *An Optimization Model for Humanitarian Relief Volunteer Management*. Virginia Tech: Pamplin College of Business.
- [5] Sakawa, M., Yano, H. and Nishizaki, I. (2011). *Linear and Multiobjective Programming with fuzzy Stochastic Extensions*. Springer New York. 159:26-27.