

ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA DALAM MENYELESAIKAN SOAL MATERI KELENGKAPAN BILANGAN REAL MENGGUNAKAN PENDEKATAN NEWMAN

ANALYSIS OF MATHEMATICS EDUCATION STUDENTS' ERRORS IN SOLVING PROBLEMS ON THE COMPLETENESS OF REAL NUMBERS USING THE NEWMAN'S ERROR ANALYSIS APPROACH

AINI WARDANA¹, SHEPIA ANGRAINI², IMELDA PUTRI³, RUTH SAHANAYA MANIK⁴, MICHAEL CHRISTIAN SIMANULLANG⁵

¹²³⁴⁵Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Medan

Jalan Willem Iskandar Pasar V, Medan Estate Kecamatan Medan Tembung, Kota Medan

email: ¹ainiwr10@gmail.com, ²shepiaangraini@gmail.com, ³imeldaptr.mipa1@gmail.com, ⁴hanamanik3002@gmail.com, ⁵michaelsimanullang@unimed.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi dan menganalisis jenis-jenis kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa pendidikan matematika di Universitas Negeri Medan dalam menyelesaikan soal terkait sifat kelengkapan bilangan real dengan menggunakan Analisis Kesalahan Newman. Penelitian ini menggunakan metode kualitatif deskriptif dengan tiga orang mahasiswa yang mengikuti mata kuliah Analisis Real sebagai subjek penelitian. Data dikumpulkan melalui tes pemecahan masalah. Hasil penelitian menunjukkan lima jenis kesalahan berdasarkan prosedur Newman, yaitu: membaca, memahami, transformasi, keterampilan proses, dan pengkodean. Dari tiga responden, seluruhnya mengalami kesalahan transformasi dan pengkodean, dua responden mengalami kesalahan keterampilan proses, dan satu responden mengalami kesalahan pemahaman. Kesalahan transformasi terjadi karena mahasiswa tidak mampu mengalihkan informasi dari soal ke bentuk model matematika yang tepat, sedangkan pada kesalahan pengkodean, mahasiswa tidak dapat menyusun jawaban akhir secara benar dan logis. Kesulitan utama ditemukan dalam membedakan konsep supremum dengan maksimum dan dalam menjelaskan keberadaan supremum berdasarkan aksioma kelengkapan. Hal ini menunjukkan lemahnya pemahaman konseptual dan prosedural mahasiswa terhadap sifat-sifat bilangan real. Penelitian ini merekomendasikan agar dosen lebih menekankan pada kejelasan konsep dan strategi pemecahan masalah yang terstruktur dalam pengajaran Analisis Real guna mengurangi kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa.

Kata kunci : Pendidikan Matematika, Analisis Real, Analisis Kesalahan Newman.

Abstract

This study aims to identify and analyze the types of errors made by mathematics education students at Universitas Negeri Medan in solving problems related to the completeness property of real numbers using Newman's Error Analysis. This research employed a descriptive qualitative method with three students enrolled in the Real Analysis course as research subjects. Data were collected through problem-solving tests. The results revealed five types of errors based on Newman's procedure: reading, comprehension, transformation, process skills, and encoding. Of the three respondents, all made transformation and encoding errors, two made process skills errors, and one made a comprehension error. Transformation errors occurred because students were unable to convert the information from the problem into an appropriate mathematical model. Meanwhile, encoding errors occurred when students failed to present their final answers correctly and logically. The main difficulty was found in distinguishing between the concepts of supremum and maximum, and in explaining the existence of a supremum based on the completeness axiom. These findings indicate weak conceptual and procedural understanding among students regarding the properties of real numbers. This study recommends that lecturers emphasize conceptual clarity and structured problem-solving strategies in the teaching of Real Analysis to reduce student errors.

Key Words: Mathematics education, Real Analysis, Newman Error Analysis.

Pendahuluan

Analisis Real merupakan mata kuliah wajib dalam program studi Pendidikan Matematika di banyak perguruan tinggi di Indonesia. Mata kuliah ini bertujuan memberikan pemahaman dasar tentang konsep analisis matematika seperti sistem bilangan real, barisan, fungsi, limit, dan turunan serta melatih mahasiswa untuk bernalar secara logis dan mengekspresikan penalarannya secara tertulis, sistematis, dan *rigorus* [1]. Melalui perkuliahan Analisis Real, mahasiswa terlatih memverifikasi kebenaran suatu pernyataan matematika dan menjelaskan alasannya secara matematis. Dengan demikian, Analisis Real berperan penting dalam membangun *mathematical competence* mahasiswa, khususnya kemampuan membuktikan dan berpikir abstrak [2].

Namun, konsep-konsep dalam Analisis Real sering dianggap sulit oleh mahasiswa, terutama karena penyajiannya yang bersifat deduktif-aksiomatik serta tingginya tingkat abstraksi materi. Mahasiswa kerap kesulitan dalam memahami definisi formal, membedakan konsep seperti supremum dan batas atas, serta menentukan teorema yang tepat untuk pembuktian. Selain itu, mereka juga menghadapi kendala dalam menulis argumen matematis secara logis dan runtut. Septiati [4] menemukan bahwa sebagian besar mahasiswa belum menguasai keterampilan membangun bukti matematis, khususnya dalam menyusun alur pembuktian yang sesuai dengan kaidah formal Analisis Real. Masalah-masalah ini mencerminkan perlunya pendekatan pembelajaran yang lebih terarah, berfokus pada penguatan pemahaman konseptual dan latihan pembuktian secara bertahap agar mahasiswa mampu mencapai capaian pembelajaran secara optimal.

Dalam topik Analisis Real, konsep bilangan real yang esensial meliputi sifat kekekalan himpunan (kesempurnaan) serta konsep batas atas, batas bawah, supremum, dan infimum. Suatu himpunan bagian $S \subset \mathbb{R}$ disebut terbatas atas jika terdapat bilangan $u \in \mathbb{R}$ sedemikian sehingga $s \leq u$ untuk setiap $s \in S$. Demikian pula, terbatas bawah jika ada $w \in \mathbb{R}$ yang $w \leq s$ untuk setiap $s \in S$ [5]. Dari situasi ini muncul nilai supremum dan infimum: supremum adalah batas atas terkecil suatu himpunan, sedangkan infimum adalah batas bawah terbesar [5].

Lebih lanjut, aksioma kelengkapan menyatakan bahwa setiap himpunan bilangan real yang tak kosong dan terbatas atas pasti memiliki supremum di \mathbb{R} . Sifat kelengkapan ini menjamin bahwa setiap deret bilangan real yang terbatas dan konvergen akan memiliki limit dalam \mathbb{R} . Dengan kata lain, keberadaan supremum/infimum bagi himpunan terbatas adalah generalisasi konsep maksimum/minimum yang memastikan tidak ada “celah” dalam garis bilangan real [5]. Pemahaman menyeluruh tentang batas atas, batas bawah, supremum, infimum, dan aksioma kelengkapan sangat penting dalam Analisis Real, karena konsep-konsep ini menjadi landasan pembuktian banyak teorema dan penyelesaian soal dalam materi bilangan real.

Pendekatan *Newman Error Analysis (NEA)* merupakan salah satu metode yang banyak digunakan untuk mengidentifikasi dan mengkategorikan kesalahan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Prosedur NEA awalnya dikembangkan oleh Newman (1977) dan selanjutnya banyak diaplikasikan dalam kajian pendidikan matematika. Menurut Newman, kesalahan siswa dapat dianalisis melalui lima tahap proses pemecahan masalah matematis. Tahapan tersebut adalah: membaca soal (*reading*), memahami soal (*comprehension*), melakukan transformasi menjadi model matematis (*transformation*), menyelesaikan perhitungan atau prosedur matematis (*process skills*), dan menuliskan jawaban atau kesimpulan akhir (*encoding*).

Berbagai studi terdahulu menyoroti kesalahan dan kesulitan mahasiswa pada materi-materi terkait Analisis Real maupun matematika tingkat lanjut. [6] menemukan banyak miskonsepsi mahasiswa calon guru matematika dalam menentukan supremum dan infimum suatu himpunan real misalnya membingungkan supremum dengan batas atas biasa serta kesulitan pada definisi formal dan teorema terkait. Suscripto dan Mauliddin [7] melaporkan bahwa mahasiswa Matematika di IAIN Mataram menghadapi kesulitan membangun ide pembuktian analitis pada materi bilangan real, padahal pembuktian merupakan kemampuan esensial dalam Analisis Real. Di sisi lain, Mutaqin *et al.* [8] mengidentifikasi berbagai hambatan dalam menyusun bukti matematika di kalangan mahasiswa Analisis Real, mulai dari memulai pembuktian, penggunaan definisi/aksioma, manipulasi aljabar, hingga memilih metode pembuktian yang tepat. Hasil ini sejalan dengan temuan Kertiyan dan Sarjana [9] yang menyatakan bahwa sebagian mahasiswa kesulitan memahami maksud soal Analisis Real dan pemilihan strategi penyelesaian. Penelitian sistematis Takaendengan *et al.* [10] bahkan menyimpulkan bahwa kesalahan mahasiswa pada pembuktian matematis secara umum banyak terjadi pada tahap membaca, pemahaman, transformasi, dan proses konsisten dengan kategori NEA.

Uraian di atas menegaskan perlunya kajian lebih mendalam terhadap kesalahan mahasiswa pada submateri kelengkapan bilangan real dengan menggunakan pendekatan analisis kesalahan. Meskipun studi

terdahulu telah menyinggung berbagai kesulitan Analisis Real, belum banyak penelitian yang secara khusus mengidentifikasi tipe-tipe kesalahan mahasiswa pada sifat kelengkapan bilangan real. Dengan demikian, tujuan penelitian ini adalah mengidentifikasi dan menganalisis jenis-jenis kesalahan mahasiswa Pendidikan Matematika Universitas Negeri Medan pada konsep kelengkapan bilangan real (batas atas/bawah, supremum/infimum, dan aksioma kelengkapan) melalui pendekatan *Newman Error Analysis*. Hasil penelitian diharapkan dapat menjadi acuan untuk strategi pengajaran Analisis Real yang lebih tepat sasaran.

Metode Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesalahan konseptual dan prosedural yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan terkait sifat kelengkapan pada \mathbb{R} , mencakup konsep batas atas dan bawah, supremum dan infimum, serta aksioma kelengkapan pada \mathbb{R} . Kajian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan desain studi kasus untuk memperoleh pemahaman mendalam mengenai pola kesalahan yang muncul dalam proses penyelesaian soal matematika tingkat lanjut. Penelitian dilaksanakan pada 05 Mei 2025 di Universitas Negeri Medan dengan partisipasi tiga mahasiswa program studi Pendidikan Matematika yang tengah mempelajari topik tersebut. Subjek penelitian dipilih secara *purposive* untuk memastikan keterlibatan partisipan yang relevan dan mampu memberikan data yang kaya terkait fokus kajian.

Data dikumpulkan melalui pemberian tes tertulis yang terdiri atas tiga butir soal, yang masing-masing dirancang untuk mengeksplorasi penguasaan mahasiswa terhadap konsep batas atas dan bawah, supremum dan infimum, serta aplikasi aksioma kelengkapan pada \mathbb{R} . Instrumen tes ini disusun guna mengidentifikasi jenis kesalahan yang muncul serta strategi penyelesaian yang diterapkan mahasiswa. Data hasil tes dianalisis menggunakan prosedur analisis kesalahan berbasis tahapan Newman untuk mengkategorikan dan menelaah sumber kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan persoalan yang diberikan.

Hasil Penelitian dan Pembahasan

Berdasarkan analisis kesalahan menggunakan prosedur Newman yang telah dilakukan, ditemukan bahwa kesalahan yang terjadi dapat dikategorikan ke dalam lima jenis, yaitu kesalahan dalam membaca (*Reading Errors*), kesalahan dalam memahami soal (*Comprehension Errors*), kesalahan pada transformasi (*Transformation Errors*), kesalahan keterampilan proses (*Process Skill Errors*), serta kesalahan dalam penulisan jawaban akhir (*Encoding Errors*). Dalam Tabel 1 berikut disajikan jenis-jenis kesalahan dari subjek penelitian.

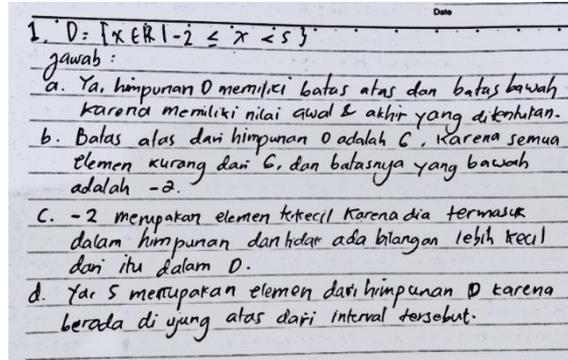
Tabel 1. Jenis-jenis kesalahan subjek

Responden	Jenis Kesalahan				
	Membaca	Memahami	Transformasi	Proses	Jawaban Akhir
R1	0	1	1	0	1
R2	0	0	1	1	1
R3	0	0	1	1	1
Jumlah	0	1	3	2	3

Berdasarkan Tabel 1, diketahui bahwa ketiga responden tidak mengalami kesalahan dalam membaca soal (*Reading Errors*) dan hanya satu dari tiga responden yang mengalami kesalahan dalam memahami soal (*Comprehension Errors*). Namun, seluruh responden melakukan kesalahan pada tahap transformasi (*Transformation Errors*) yang menunjukkan adanya kesulitan dalam mengubah informasi dari soal menjadi strategi penyelesaian yang tepat. Kesalahan pada tahap transformasi ini juga mengakibatkan terjadinya kesalahan dalam keterampilan proses (*Process Skill Errors*) pada dua dari tiga responden. Selain itu, ketiga responden juga melakukan kesalahan dalam penulisan jawaban akhir (*Encoding Errors*). Hal menunjukkan bahwa meskipun mahasiswa mampu memahami soal, mereka masih mengalami kesulitan dalam mentransformasikan informasi dan menyelesaikan proses penyelesaian soal secara tepat hingga ke tahap penulisan jawaban akhir.

Masalah 1

Berdasarkan hasil analisis terhadap penyelesaian soal pertama mengenai batas atas dan batas bawah pada himpunan bilangan real, ditemukan beberapa kesalahan yang perlu dibahas lebih lanjut. Kesalahan-kesalahan ini dapat dianalisis lebih dalam menggunakan prosedur Newman yang menilai proses pemecahan masalah secara bertahap.



Gambar 1. Jawaban Responden 1

Responden memulai jawabannya dengan menyatakan bahwa himpunan D memiliki batas atas dan batas bawah, yang pada dasarnya adalah pernyataan yang benar. Himpunan $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 5\}$ memang memiliki batas atas dan batas bawah yang jelas, dengan batas bawah -2 dan batas atas 5, meskipun 5 tidak termasuk dalam himpunan. Pemahaman Responden tentang hal ini sudah benar, sehingga pada bagian ini tidak ditemukan kesalahan. Dalam prosedur Newman, pada tahap pemahaman soal (*Comprehension Errors*), Responden berhasil memahami bahwa himpunan tersebut memiliki batas atas dan bawah dengan baik. Ini menunjukkan bahwa kemampuan Responden dalam memahami soal tidak bermasalah.

Namun, pada bagian selanjutnya, Responden menyatakan bahwa batas atas dari himpunan D adalah 6. Jawaban ini jelas keliru. Meskipun benar bahwa semua elemen dalam himpunan D lebih kecil dari 6, batas atas yang sah dalam konteks ini seharusnya adalah 5, bukan 6. Hal ini karena batas atas yang benar adalah angka yang mendekati nilai terbesar dalam himpunan tanpa mencapainya. Oleh karena itu, 5 adalah batas atas yang tepat, karena tanda "<" digunakan dalam interval D, yang berarti 5 tidak termasuk dalam himpunan. Kesalahan ini dapat dianalisis sebagai kesalahan transformasi (*Transformation Error*) dalam prosedur Newman, di mana Responden gagal mengubah informasi soal (batas atas 5) menjadi bentuk yang benar dalam pemecahan masalah. Kesalahan dalam tahap transformasi ini terjadi karena Responden menganggap bahwa 6 adalah batas atas yang benar, padahal ia harusnya lebih fokus pada batas atas yang tepat dalam interval terbuka, yaitu 5.

Selanjutnya, Responden menyatakan bahwa -2 merupakan elemen terkecil dalam himpunan karena -2 termasuk dalam himpunan dan tidak ada bilangan yang lebih kecil dari itu. Pernyataan ini adalah benar, karena interval D dimulai dari -2 dan termasuk angka tersebut (karena tanda \leq digunakan), sehingga -2 memang merupakan elemen terkecil dalam himpunan tersebut. Pemahaman Responden tentang hal ini sudah tepat, dan ini menunjukkan bahwa pada tahap pemahaman soal dan penulisan jawaban akhir (*Encoding Errors*), Responden tidak melakukan kesalahan.

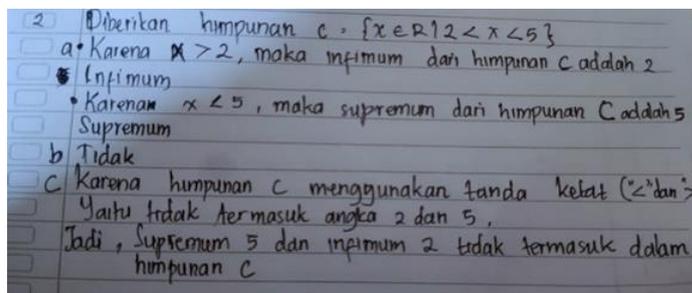
Terakhir, pada bagian yang menyatakan bahwa 5 merupakan elemen dari himpunan karena berada di ujung atas interval, Responden juga membuat kesalahan. Meskipun 5 berada pada ujung atas interval, ia bukan bagian dari himpunan karena tanda "<" pada batas atas berarti 5 tidak termasuk dalam himpunan D. Himpunan D hanya mencakup nilai yang lebih kecil dari 5, sehingga 5 tidak termasuk di dalamnya. Kesalahan ini berhubungan dengan kesalahan penulisan jawaban akhir (*Encoding Errors*) karena meskipun Responden sudah memahami batas atasnya adalah 5, ia menuliskan 5 sebagai elemen yang termasuk dalam himpunan. Ini menunjukkan bahwa ada inkonsistensi antara pemahaman dan cara jawaban dituangkan dalam bentuk tulisan.

Secara keseluruhan, meskipun Responden R3 memahami sebagian besar konsep dasar mengenai batas bawah dan elemen terkecil dalam himpunan, ada kekeliruan dalam memahami batas atas dan inklusivitas elemen dalam interval terbuka. Dalam konteks prosedur Newman, kesalahan dalam menyebutkan batas atas (kesalahan transformasi) dan menganggap 5 sebagai elemen himpunan

(kesalahan penulisan jawaban akhir) menunjukkan perlunya penguatan pemahaman mengenai notasi interval dan konsep-konsep dasar dalam teori himpunan. Proses penyelesaian masalah yang lebih hati-hati dan konsisten antara pemahaman dan penulisan jawaban dapat membantu mengurangi kesalahan semacam ini di masa mendatang.

Masalah 2

Berdasarkan analisis kesalahan dalam penyelesaian soal kedua pada materi infimum dan supremum dari suatu himpunan bilangan real, terdapat beberapa kesalahan yang dialami oleh mahasiswa. Kesalahan-kesalahan tersebut akan dianalisis menggunakan prosedur Newman.



Gambar 2. Jawaban Responden 2

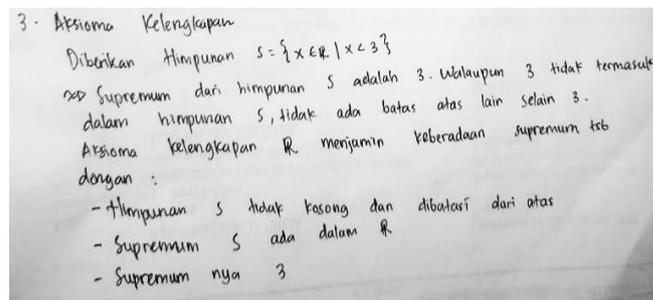
Dari hasil jawaban yang diberikan, tampak bahwa mahasiswa tidak mengalami kesulitan dalam membaca soal. Begitu juga pada tahap memahami, mayoritas mahasiswa menunjukkan bahwa mereka tahu infimum adalah batas bawah terbesar dari suatu himpunan. Mereka juga bisa menyadari bahwa angka 2 bukan bagian dari himpunan karena adanya tanda “<”, tetapi tetap menjadi infimum karena tidak ada elemen yang lebih kecil dari 2 dalam himpunan tersebut.

Namun, masalah mulai muncul saat mahasiswa masuk ke tahap transformasi (*Transformation Errors*) yaitu saat mengubah pemahaman tadi ke dalam langkah-langkah penyelesaian yang tepat. Meskipun mereka menyebutkan bahwa infimum adalah 2, sebagian besar tidak menjelaskan *mengapa* angka tersebut bisa disebut infimum, atau bagaimana kaitannya dengan definisi himpunan. Kurangnya penjabaran ini menunjukkan bahwa mahasiswa belum sepenuhnya bisa mengubah informasi soal ke dalam strategi penyelesaian yang benar. Tahap keterampilan proses (*Process Skill Errors*) juga belum dilakukan dengan maksimal. Mahasiswa tidak menunjukkan secara jelas bagaimana mereka sampai pada kesimpulan bahwa 2 dan 5 adalah infimum dan supremum. Prosesnya tidak dituliskan, dan tidak ada argumen yang memperkuat jawaban mereka. Hal ini berpotensi menimbulkan kesalahpahaman, terutama pada mahasiswa lain yang mungkin mengira bahwa infimum dan supremum harus selalu merupakan anggota himpunan. Akhirnya, pada tahap penulisan jawaban akhir (*Encoding Errors*), mahasiswa belum mampu menyusun jawaban secara lengkap dan runtut. Penulisan tidak disertai penjelasan tambahan mengenai apakah infimum atau supremum tersebut termasuk dalam himpunan atau tidak. Padahal, soal semacam ini justru menguji ketelitian mahasiswa dalam membaca sifat interval dan kaitannya dengan keanggotaan elemen.

Secara keseluruhan, meskipun pemahaman dasar mahasiswa terhadap konsep infimum dan supremum sudah mulai terbentuk, masih terlihat kelemahan dalam menyusun argumen, menuliskan langkah penyelesaian secara sistematis, dan menjelaskan jawaban secara lengkap.

Masalah 3

Berdasarkan analisis kesalahan dalam penyelesaian soal ketiga pada materi aksioma kelengkapan bilangan real, dapat dilihat bahwa mahasiswa melakukan beberapa jenis kesalahan yang saling berkaitan. Ditemukan kesalahan transformasi konsep (*Transformation Errors*) yang dilakukan oleh mahasiswa, yang berdampak pada keterampilan proses (*Process Skill Errors*) serta penulisan jawaban akhir (*Encoding Errors*). Kesalahan ini muncul ketika mahasiswa mencoba menjawab soal tentang supremum dari himpunan $S = \{x \in \mathbb{R} | x < 3\}$, namun tidak menyajikan pembuktian yang mendalam ataupun penjelasan mengenai bagaimana aksioma kelengkapan menjamin keberadaan supremum tersebut.



Gambar 3. Jawaban Responden 3

Secara spesifik, mahasiswa memang berhasil menyatakan bahwa supremum dari himpunan tersebut adalah 3, namun tidak disertai penjabaran mengapa 3 merupakan batas atas terkecil dan bagaimana aksioma kelengkapan memastikan keberadaannya. Hal ini menunjukkan bahwa pemahaman mahasiswa terhadap konsep supremum masih bersifat permukaan. Mahasiswa tidak menunjukkan bahwa himpunan tersebut memiliki batas atas dan bahwa tidak ada batas atas yang lebih kecil dari 3. Ketidaktelitian dalam proses transformasi ini berdampak langsung pada kesalahan keterampilan proses (*Process Skill Errors*). Karena mahasiswa hanya menuliskan kesimpulan tanpa argumen yang mendukung, maka proses berpikir matematisnya menjadi tidak tampak. Dampak dari kesalahan transformasi (*Transformation Errors*) dan keterampilan proses (*Process Skill Errors*) ini juga berlanjut hingga tahap penulisan jawaban akhir (*Encoding Errors*). Mahasiswa tidak menggunakan simbol matematika seperti $\sup S$, tidak menuliskan argumen secara formal, dan jawaban ditulis dalam bentuk naratif yang tidak mencerminkan proses pembuktian matematis. Kesalahan ini memperlihatkan bahwa pemahaman konseptual tentang supremum dan aksioma kelengkapan belum sepenuhnya dikuasai, sehingga mahasiswa belum mampu menyusun penalaran secara logis dan runtut. Kesalahan ini sebenarnya dapat dihindari jika mahasiswa memahami definisi supremum secara utuh dan melakukan pembuktian sederhana seperti menunjukkan bahwa untuk setiap $\varepsilon > 0$, terdapat anggota $x \in S$ sedemikian sehingga $3 - \varepsilon < x < 3$. Dengan membiasakan diri menulis jawaban secara sistematis dan logis, mahasiswa akan mampu menghindari kesalahan dalam transformasi konsep maupun penulisan jawaban akhir. Oleh karena itu, perlu adanya penguatan dalam pemahaman teori serta latihan dalam membuktikan agar kesalahan semacam ini tidak terulang kembali.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis menggunakan prosedur Newman terhadap jawaban mahasiswa pada tiga soal yang menguji pemahaman konsep batas atas dan batas bawah, infimum dan supremum, serta aksioma kelengkapan bilangan real, ditemukan bahwa kesalahan yang paling dominan adalah kesalahan pada transformasi (*Transformation Errors*), kesalahan keterampilan proses (*Process Skill Errors*) dan kesalahan dalam penulisan jawaban akhir (*Encoding Errors*). Meskipun sebagian besar mahasiswa tidak mengalami kesalahan dalam membaca dan memahami soal, mereka masih kesulitan dalam mentransformasikan informasi yang diberikan menjadi strategi penyelesaian yang tepat, menyusun langkah-langkah penyelesaian secara sistematis, serta menuliskan jawaban akhir dengan benar dan lengkap. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa belum sepenuhnya menguasai konsep dasar dalam teori himpunan dan kelengkapan bilangan real secara mendalam. Oleh karena itu, diperlukan upaya peningkatan pembelajaran melalui penguatan pemahaman teoretis, pembiasaan berpikir logis, dan latihan penulisan argumen matematis secara formal dan sistematis agar kesalahan serupa tidak terjadi kembali.

Daftar Pustaka

- [1] Kristayulita, K., 2020. Pengembangan bahan ajar mata kuliah Analisis Real untuk meningkatkan motivasi dan hasil belajar mahasiswa. *Jurnal Pendidikan Matematika (JUMADIKA)*, 2(2), pp.66–80. <https://doi.org/10.30598/jumadikavol2iss2year2020page66-80>.
- [2] Qomariyah, S. and Rosyidah, U., 2022. Kesulitan belajar mahasiswa pendidikan matematika pada mata kuliah Analisis Real. *Educatio*, 8(2), pp.396–400. <https://doi.org/10.31949/educatio.v8i2.1865>.
- [3] Takaendengan, B.R., Anwar, A., Takaendengan, W. and Kobandaha, P.E., 2022. Identifikasi kesalahan jawaban mahasiswa pada mata kuliah Analisis Real berdasarkan Newman's Error Analysis. *Euler: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi*, 10(2), pp.235–243. <https://doi.org/10.34312/euler.v10i2.16777>.
- [4] Septiati, E., 2021. Kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti matematis pada mata kuliah Analisis Real. *Indiktika: Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika*, 4(1), pp.64–72. <https://doi.org/10.31851/indiktika.v4i1.6761>.

- [5] Hidayah, A., Winanti, F., Purba, M.A., Saputra, R. and Novita, 2024. Penggunaan Python dalam menyelesaikan permasalahan supremum dan infimum suatu himpunan. *Pentagon – Jurnal Pendidikan Ilmu Komputer*, 2(4), pp.13–24. <https://doi.org/10.62383/pentagon.v2i4.267>.
- [6] Sari, C.K., Machromah, I.U. and Purnomo, M.E.R., 2019. Finding and proving supremum and infimum: students' misconceptions. *Journal of Physics: Conference Series*, 1180(1), p.012007. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1180/1/012007>.
- [7] Sucipto, L. and Mauliddin, M., 2016. Analisis kesulitan belajar mahasiswa dalam memahami konsep bilangan real. *Beta: Jurnal Tadris Matematika*, 9(2), pp.197–211. <https://doi.org/10.20414/BETAJTM.V9I2.37>.
- [8] Mutaqin, A., Syamsuri, S. and Hendrayana, A., 2022. Analisis kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis pada mata kuliah Analisis Real. *TIRTAMATH: Jurnal Penelitian dan Pengajaran Matematika*, 4(1), pp.1–11. <https://doi.org/10.48181/tirtamath.v4i1.15907>.
- [9] Kertiyani, N.M.I. and Sarjana, K., 2022. Analisis kesulitan mahasiswa dalam mata kuliah Analisis Riil dengan sistem hibrid. *Aksioma: Jurnal Pendidikan Matematika*, 11(2), pp.117–122. Available at: <https://jurnalfkipuntad.com/index.php/jax/article/download/2152/1558/6271>.
- [10] Takaendengan, B.R., Takaendengan, W., Anwar, A. and Ekawaty, P., 2024. Systematic literature review: jenis kesalahan mahasiswa atau peserta didik pada pembuktian matematis. *Arjuna: Publikasi Ilmu Pendidikan, Bahasa dan Matematika*, 2(3), pp.9–18. <https://doi.org/10.61132/arjuna.v2i3.776>.